Bayerisches Staatsministerium für
Unterricht und Kultus

www.sinus-bayern.de

SINUS Bayern

Beiträge zur Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

Das Modellversuchsprogramm SINUS-Transfer wurde gefördert durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung und durch die Kultusministerien der Länder in der Bundesrepublik Deutschland.

Die Publikation wurde im Auftrag des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus (StMUK) am Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung (ISB) erstellt.

Redaktion: Doris Drexl, Harald Haidl, Emmeram Zebhauser, Monika Zebhauser
Leitung: Christoph Hammer

Gestaltung: Agentur2 GmbH, München
Bildnachweis: Daniel Biskup, erysipel/Pixelio (S. 78), Frans Stoppelman/Voller Ernst (S. 64), Stockxpert (S. 35), privat
Druck: Erhardi, Regensburg
Herausgeber: Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus

Dank gilt für hilfreiche Unterstützung:
Dieter Götzl (StMUK)
Thomas Schäfer (StMUK)
Dr. Hans-Werner Thum (ISB)
Friedrich Schrägle (ISB)

Die Links geben den Stand vom Oktober 2007 wieder. Für den Inhalt der Links wird keine Verantwortung übernommen.

Stand: November 2007

SINUS
Bayern

Beiträge zur Weiterentwicklung des
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

Bayerisches Staatsministerium für
Unterricht und Kultus

Inhalt

Vorwort

Ein kurzer Blick in die Tagespresse genügt: Die Frage nach der Qualität unserer Schulen ist ein vielbeachtetes und kontrovers diskutiertes Thema in den Medien geworden – zu Recht! Denn die Qualität der Unterrichts- und Erziehungsarbeit an unseren Schulen ist der entscheidende Faktor, wenn es darum geht, alle Talente der jungen Menschen bestmöglich zu fördern. Deshalb freut es mich besonders, dass an den Schulen in Bayern bereits vielfältige und erfolgreiche Anstrengungen aller Beteiligten unternommen werden, die Schulqualität systematisch weiterzuentwickeln.

Im Zentrum der Bemühungen steht dabei der Unterricht. Unser Ziel muss es sein, die Ansätze moderner Didaktik und Methodik mit der unterrichtspraktischen Erfahrung zu verbinden, um so unseren Kindern und Jugendlichen zu einer bestmöglichen Bildung zu verhelfen. Im mathematisch-naturwissenschaftlichen Bereich zeigen die SINUS-Programme dafür erfolgreiche Wege auf. Bayern nimmt seit Beginn – also seit dem Jahr 1998 – an diesen bundesweiten Programmen teil. Wir sind von ihrem großen Erfolg überzeugt und führen die Arbeit deshalb nunmehr mit dem Programm SINUS Bayern fort.

Die vorliegende Broschüre richtet sich an die Lehrerinnen und Lehrer der 400 bayerischen SINUS-Schulen ebenso wie an Lehrkräfte, die bisher noch nicht mit dem Programm in Berührung gekommen sind. Sie bietet eine Vielzahl von Ideen für die Weiterentwicklung ihres Unterrichts in einem langfristig angelegten Prozess. Ich würde mich freuen, wenn sie dazu beiträgt, den Unterricht an unseren Schulen mit ihrer Ideenvielfalt zu inspirieren und zu bereichern. Lassen Sie sich also von den Impulsen anregen! Versuchen Sie, das eine oder andere im eigenen Unterricht umzusetzen!

Tauschen Sie sich im Kollegium über Ihre Erfahrungen aus und helfen Sie dadurch aktiv dabei mit, die Qualität des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts an unseren bayerischen Schulen weiterzuentwickeln. Ich wünsche Ihnen bei der Umsetzung der in der Broschüre gegebenen Anregungen viel Freude und Erfolg!

München, im Dezember 2007

Siegfried Schneider
Bayerischer Staatsminister für Unterricht und Kultus
Ratsvorsitzender der Stiftung Bildungspakt Bayern

Einführung

Das Programm SINUS-Transfer

Überblick

Als Reaktion auf die unbefriedigenden Ergebnisse bei der TIMS-Studie 1997 initiierte die Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung (BLK) das Modellversuchsprogramm zur „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“ (SINUS). Grundlage dieses Programms war ein Gutachten[1], das von einer Expertengruppe unter Leitung von Prof. Dr. Jürgen Baumert (Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Berlin) erarbeitet wurde. Dieses Gutachten enthält sowohl einen Überblick über die Defizite des herkömmlichen Unterrichts aus Sicht der Lehr-Lernforschung als auch Ansatzpunkte für deren Überwindung.
In Deutschland haben zunächst 180 Schulen mit Sekundarstufe I am BLK-Programm SINUS (1998–2003) teilgenommen. Dabei stellte sich heraus, dass die in dem Gutachten vorgeschlagene Konzeption nachhaltige Unterrichtsentwicklungsprozesse auslösen kann. In Bayern beteiligten sich 6 Hauptschulen, 6 Realschulen und 12 Gymnasien.

1_BLK: **Materialien zur Bildungsplanung und Forschungsförderung**; Heft 60 (Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“)

Beteiligte Schularten:
Hauptschulen
Realschulen
Gymnasien

In der ab 2003 beginnenden Phase wurde im BLK-Programm SINUS-Transfer untersucht, wie die an den wenigen SINUS-Schulen gewonnenen Erfahrungen und Ergebnisse an möglichst viele Schulen weitergegeben werden können. Dabei wurden deutschlandweit über 1800 Schulen und in Bayern mehr als 400 Schulen erreicht. SINUS-Transfer endete im Juli 2007; für die weitere Verbreitung sind nun die Länder zuständig. In Bayern kann ein Fortbildungsangebot gestaltet werden, das hohen qualitativen Ansprüchen genügt und sehr viele Schulen erreichen wird.
Zusätzlich wurde im August 2004 das auf 5 Jahre angelegte Programm SINUS-Grundschule mit 120 Schulen (Bayern: 20) gestartet, das zum Schuljahr 2007/08 auf die doppelte Anzahl von Schulen (240/40) ausgeweitet wurde.

Konzeption

Entwicklung auf Schulebene

SINUS geht aus von der Kompetenz und Erfahrung der Lehrkräfte vor Ort, die selbst über Ziele und Wege der Verbesserung des Unterrichts entscheiden. Dabei handelt es sich nicht um punktuelle Bemühungen, sondern um den Einstieg in einen Prozess, der die Unterrichtsqualität nachhaltig verbessert.
Im oben genannten BLK-Gutachten wurden Module definiert, die wichtige Handlungsfelder beschreiben und einen Orientierungsrahmen bieten:

M1: Weiterentwicklung der Aufgabenkultur
M2: Naturwissenschaftliches Arbeiten
M3: Aus Fehlern lernen
M4: Sicherung von Basiswissen – Verständnisvolles Lernen auf unterschiedlichen Niveaus
M5: Zuwachs von Kompetenz erfahrbar machen – Kumulatives Lernen
M6: Fächergrenzen erfahrbar machen: Fächerübergreifendes und fächerverbindendes Arbeiten
M7: Förderung von Mädchen und Jungen
M8: Entwicklung von Aufgaben für die Kooperation von Schülern
M9: Verantwortung für das eigene Lernen stärken
M10: Prüfen und Rückmelden von Kompetenzzuwachs
M11: Qualitätssicherung innerhalb der Schule und Entwicklung schulübergreifender Standards

Eine ausführliche Beschreibung der Module findet sich im BLK-Gutachten und in der Broschüre „Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“[2].

Kollegiale Kooperation in Netzwerken

Eine weitere Voraussetzung für den Erfolg der SINUS-Programme ist, dass den Lehrkräften ein Rahmen für kollegiale Kooperation geboten wird. Dabei geht es um mehr als um Absprachen im Lehrerzimmer und Austausch von Prüfungsaufgaben. Vielmehr wird Unterricht gemeinsam geplant und reflektiert. Dies geschieht nicht nur innerhalb der Schulen, sondern auch in schulübergreifenden Gruppen und wird immer wieder als besonders gewinnbringend bezeichnet.
So verstandene Kooperation wird als Entlastung empfunden und trägt zur Verbesserung der Berufszufriedenheit bei.

Materialien für den Unterricht

Bei der Frage, wie man Unterricht effektiv und nachhaltig weiterentwickeln kann, ist das häufigste Missverständnis, man bräuchte nur bessere Materialien einzusetzen. Immer wieder tritt man an beteiligte Lehrkräfte mit der Bitte heran: „Gebt uns euer Material, dann machen wir auch SINUS-Unterricht“.
Dahinter steckt ein massiver Irrtum: Abgesehen davon, dass es keinen SINUS-Unterricht, sondern mehr oder weniger erfolgreichen Unterricht gibt, liegt es nicht am Material, das es ohnehin in großem Umfang und in hoher Qualität schon lange gibt.
Es geht vielmehr um Einstellungen, um Professionswissen, um den Blick auf den eigenen Unterricht und dazu braucht es nicht so sehr Materialien, sondern Unterstützung, Teamarbeit und praxisnahe Umsetzung guter fachdidaktischer Konzepte.
Um die weitere SINUS-Arbeit zu unterstützen und allen Interessenten einen Einblick zu ermöglichen, sind deshalb die Beispiele in dieser Veröffentlichung mit ausführlichen Erläuterungen versehen. So sollen die zugrundeliegenden Überlegungen und Konzeptionen sichtbar werden.

2_Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus: **Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts - Erfahrungsbericht zum BLK-Programm SINUS in Bayern**; München 2002

Umsetzung

Kontinuierliche Betreuung

Erfahrene SINUS-Lehrkräfte betreuen in Tandems über einen längeren Zeitraum die in Gruppen zusammengefassten Schulen. Dabei ist es von Vorteil, wenn sich der Großteil eines (Fach-)Kollegiums beteiligt.
Das Angebot der Tandems umfasst in der Regel die Gestaltung von vier Nachmittagen und einer ganztägigen Veranstaltung pro Schuljahr. Während der Nachmittage geben die Tandems didaktisch-methodische Anregungen, mit denen die Teilnehmerinnen und Teilnehmer dann in Gruppenarbeit ihren eigenen Unterricht planen. Die so konzipierten Unterrichtseinheiten werden daraufhin umgesetzt und erprobt, sodass die nächste Veranstaltung mit Berichten und Reflexionen über die dabei gemachten Erfahrungen beginnen kann. Nach und nach wird eine vielfältige Palette zu den oben genannten Modulen angeboten, diskutiert und dann unmittelbar im Unterricht erprobt. Darüber hinaus werden immer wieder aktuelle Themen aus dem Unterricht und schulartspezifische Entwicklungen aufgegriffen. Die ganztägigen Veranstaltungen dienen dem Austausch zwischen den Lehrkräften aller Schulen, die von einem Tandem betreut werden. Dabei werden neben den von den Teilnehmern vorbereiteten Workshops unterrichtsbezogene Vorträge von renommierten Fachdidaktikern angeboten.

Modell für Lehrerfortbildung

Die SINUS-Koordinatoren arbeiten direkt an den Schulen und greifen Erfahrungen aus dem Unterrichtsgeschehen unmittelbar auf. Sie unterstützen die Lehrkräfte kontinuierlich bei der Weiterentwicklung ihres Unterrichts.
Eine unverzichtbare Voraussetzung für die Bildung von funktionsfähigen Netzwerken und für die Bereitschaft, sich auf den Unterrichtsentwicklungsprozess einzulassen, ist die freiwillige Teilnahme. Die Bereitschaft, Unterricht zu verändern, lässt sich durch Fortbildung nicht erzwingen.
Schon jetzt ist eine positive Ausstrahlung der durch SINUS initiierten Unterrichtsentwicklung auf andere Fachbereiche zu beobachten. Bisher wurden jedoch in dieser Richtung keine gezielten Anstrengungen unternommen, da sich der enge Bezug zu den Fächern als eine Stärke von SINUS erwiesen hat. Dennoch sind professionelle Kooperation in Netzwerken und Orientierung an Modulen Konzepte, die für Unterrichtsentwicklung unabhängig vom Fach tragfähig sind. Daher könnte darüber nachgedacht werden, wie die SINUS-Konzeption auf andere Fächer übertragen werden kann.

Vielfältige neue Herausforderungen, denen sich Lehrkräfte zu stellen haben, wie etwa die Einführung von Lehrplänen mit erweitertem Gestaltungsspielraum, die Weiterentwicklung zentraler Abschlussprüfungen und Tests oder die Einführung der Bildungsstandards[3] erhöhen den Fortbildungsbedarf.
Diese Entwicklungen haben mit SINUS das bedeutende Ziel gemeinsam, den Unterricht zunehmend kompetenzorientiert zu gestalten. Es kann künftig nicht mehr allein darum gehen, was die Lehrkräfte im Unterricht behandelt haben. Vielmehr stehen die Kompetenzentwicklung und das eigenverantwortliche und selbständige Arbeiten der Schülerinnen und Schüler im Mittelpunkt.

3_**www.kmk.org/schul/home1.htm**

Anmerkungen zu dieser Broschüre

Allgemeines

Die Beiträge der vorliegenden Veröffentlichung zeigen die Vielfalt der Arbeit in den verschiedenen Schularten, Schulgruppen und Fächern. Sie stammen von zahlreichen Autoren, deren individueller Stil auch jeweils zum Ausdruck kommt. Die Redaktion hat bewusst auf eine weitergehende sprachliche Vereinheitlichung der Texte verzichtet, damit die Vielfalt sichtbar bleibt, die auch eine Stärke von SINUS ist.

Die Fächer

Zwar beziehen sich die meisten Beiträge auf einzelne Fächer, doch sind viele Ideen und Konzepte auf andere Fächer übertragbar. So kann etwa die Grundidee eines Beispiels aus der Biologie auch die Mathematiklehrkraft überzeugen, die diese dann für ihren Unterricht anpassen und umsetzen kann.
Im BLK-Gutachten[1] und in der Broschüre „Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“[2] sind die Problembereiche des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts ausführlich beschrieben. Daher wird in der vorliegenden Veröffentlichung auf deren explizite Darstellung verzichtet.
Eine Gruppe von Lehrerinnen und Lehrern der Fächer Biologie und Chemie hat sich mit der Frage auseinandergesetzt, welche Hindernisse einem effektiveren Unterricht in diesen Fächern im Weg stehen. Im folgenden Abschnitt sind die wichtigsten Gedanken dieser Lehrkräfte und allgemeine Lösungsansätze zusammengestellt.

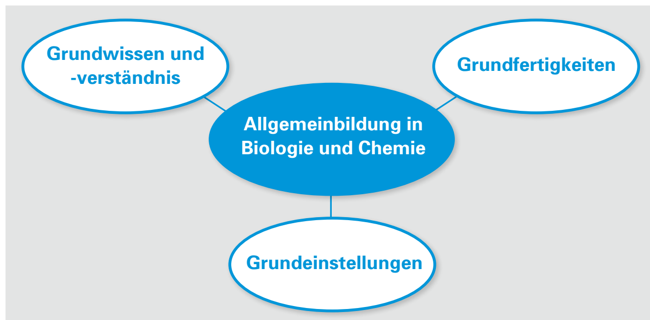
1_BLK: **Materialien zur Bildungsplanung und Forschungsförderung**; Heft 60 (Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“)
2_Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus: **Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts – Erfahrungsbericht zum BLK-Programm SINUS in Bayern;** München 2002

Zur Effektivität des naturwissenschaftlichen Unterrichts am Beispiel der Fächer Biologie und Chemie

Von Dieter Fiedler und Johann Staudinger unter Mitarbeit von Karl Bögler, Stefan Grabe, Martin Jochner, Axel Kisters, Wolf Kraus, Claudia Schneider

Ziele eines effektiven Unterrichts in den Fächern Biologie und Chemie

Die Vorbereitung auf ein Hochschulstudium und die Entwicklung einer die Schulzeit überdauernden Allgemeinbildung gehören zum Kern des Bildungsauftrags des Gymnasiums. Bedenkt man, dass sogar von Aspiranten eines naturwissenschaftlichen Studienganges kaum fachliche Details als Voraussetzung erwartet werden, müssen vor allem grundlegendes Wissen und Verständnis sowie Grundfertigkeiten und -einstellungen entwickelt und langfristig verankert werden. Effektivität im Unterricht bedeutet daher nicht, möglichst viel Detailwissen in eine ohnehin knapp bemessene Unterrichtszeit zu pressen.



Diese Intentionen kommen auch in den Bildungsstandards[1] zum Ausdruck, die seit 2005 verbindlich vorgegeben sind. Danach müssen Schülerinnen und Schüler am Ende der 10. Jahrgangsstufe Kompetenzen erworben haben, die neben den Fachinhalten auch die Handlungsdimension mit den Kompetenzbereichen Erkenntnisgewinnung, Kommunikation und Bewertung berücksichtigen. Die inhaltlichen Aspekte, die durch die Basiskonzepte (siehe Fachprofile im Lehrplan) beschrieben sind, finden sich in obiger Abbildung als

1_**www.kmk.org/schul/home1.htm**

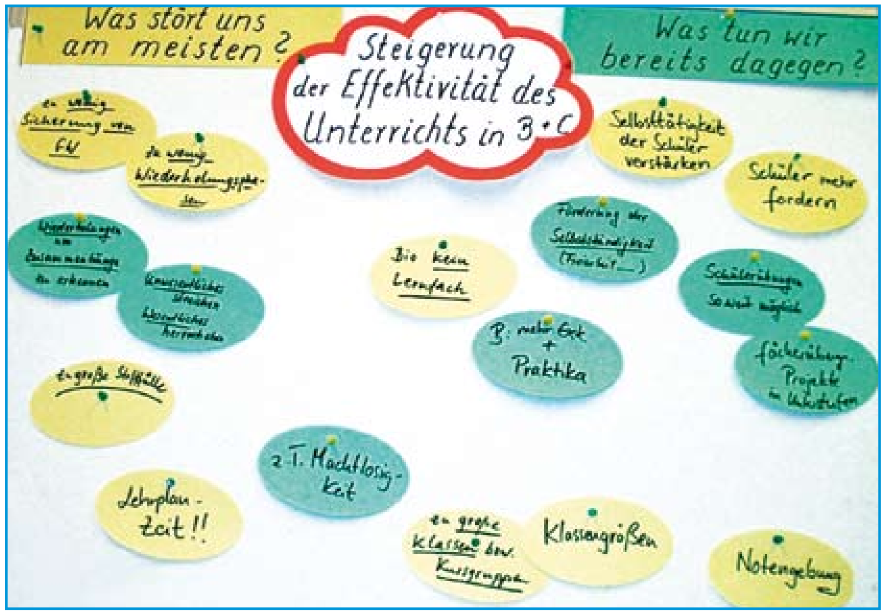
Grundwissen und -verständnis, die Handlungsdimension ist durch die Grundfertigkeiten und Grundeinstellungen abgedeckt.

Probleme für einen effektiven Unterricht in Biologie und Chemie

Um die wesentlichen Problemzonen zu identifizieren, beschäftigten sich die Teilnehmerinnen und Teilnehmer zu Beginn der Arbeit im Rahmen von SINUS-Transfer mit folgenden Fragen zur Unterrichtseffektivität in den beiden Fächern:

➔ „Was stört uns am meisten?“ (gelbe Karten)
➔ „Was tun wir bereits dagegen?“ (grüne Karten)

Dabei kristallisierten sich **drei Bereiche** heraus:



Mangelndes Grundwissen

Übereinstimmend wurde das unzureichende Grundwissen bei den Schülerinnen und Schülern als Problembereich angeführt. Dies deckt sich auch mit den Erfahrungen, die viele Biologie- und Chemielehrkräfte im Lauf ihres Berufslebens machen, wenn es beispielsweise Schülerinnen und Schülern in der Oberstufe nicht gelingt, auf grundlegende Unterrichtsinhalte aus unteren Jahrgangsstufen zurückzugreifen, oder wenn Lernende zwar noch Einzelbegriffe parat haben, diese aber nicht in einen größeren Zusammenhang einordnen können.

Geringe Schüleraktivität

Als weitere wichtige Störfaktoren wurden die Passivität vieler Schülerinnen und Schüler und deren mangelhafte Arbeitshaltung genannt. Sie erwarten offensichtlich von der Lehrkraft, dass diese den Lernstoff in attraktiv verpackten Häppchen serviert, die bequem konsumiert werden können.

Ungünstige Rahmenbedingungen

Einig waren sich die Lehrkräfte auch darin, dass häufig ungünstige Rahmenbedingungen wie die Klassengröße in Verbindung mit einer unzulänglichen räumlichen und materiellen Ausstattung einer größeren Effektivität des Unterrichts entgegenstehen.
Offensichtlich spielt auch der niedrige Stellenwert, der den Fächern Biologie und Chemie in der Öffentlichkeit beigemessen wird, eine Rolle.

Angebot des SINUS-Programms

Die ersten beiden Problemkreise werden durch SINUS-Module abgedeckt, nämlich „Sicherung von Basiswissen – Verständnisvolles Lernen auf unterschiedlichen Niveaus“, „Zuwachs von Kompetenz erfahrbar machen – Kumulatives Lernen“, „Verantwortung für das eigene Lernen stärken“ und „Weiterentwicklung der Aufgabenkultur“.

Kumulatives Lernen, Sicherung von Basiswissen

Wie die Erfahrungen zeigen, lernen Schülerinnen und Schüler die Fächer Biologie und Chemie häufig als eine Ansammlung von Wissenselementen kennen, die kurzzeitig gelernt und anschließend wieder vergessen werden. Ziel muss aber mehr als bisher sein, ihr Augenmerk auf das Wesentliche zu lenken und dafür Sorge zu tragen, dass dieses dauerhaft verankert wird.
Wenn Schülerinnen und Schüler ihren Kompetenzzuwachs erfahren können, entwickeln sie besondere Motivation. Dazu muss ihr Lernen kumulativ sein, d. h. sie müssen erfassen, wie die einzelnen Lerninhalte aufeinander aufbauen und zusammenhängen. Zugleich ist kumulatives Lernen auch die Grundlage für das Verständnis komplexer Sachverhalte.

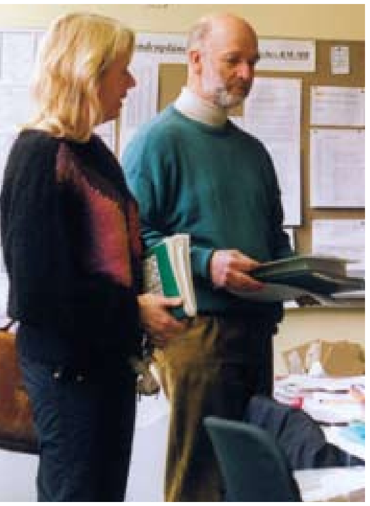
Eigenverantwortliches Lernen

Der Erfolg der Bemühungen um eine Weiterentwicklung des Unterrichts hängt in erheblichem Maß davon ab, inwieweit es gelingt, bei den Schülerinnen und Schülern die Bereitschaft und die Fähigkeit zu stärken, Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen und dabei wirksame Strategien zu erlernen. Dazu gehört auch, dass die Schülerinnen und Schüler verschiedene Methoden der Informationsaufnahme und -darstellung erwerben und darüber im Sinn von Grundfertigkeiten langfristig verfügen können. Dies führt weg vom lehrerdominierten Unterricht hin zu methodischer Vielfalt.

Weiterentwicklung der Aufgabenkultur

Aufgaben spielen im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht eine zentrale Rolle. Ihre Bedeutung reicht von der Motivierung zum Lernen über die Unterstützung des verständnisvollen Erschließens neuen Lernstoffs hin zum Üben, Anwenden und Sichern des erworbenen Wissens. In der Weiterentwicklung der Aufgabenkultur liegt ein beträchtliches Potential zur Verbesserung des Unterrichts.

Vorschläge für die Umsetzung in der Fachschaft



Die Maßnahmen, die sich nach 9 Jahren Erfahrungen in den SINUS-Programmen als wirkungsvoll erwiesen haben, setzen einen Prozess innerhalb der Fachschaft voraus, an dem möglichst alle ihrer Mitglieder beteiligt sind. Dabei können die Fachschaften Unterstützung durch die SINUS-Tandems erhalten.

1. Schritt: **Anregung**
Am Beginn des Prozesses kann die Erfassung und Analyse der Probleme stehen, die im eigenen Unterricht stören.

2. Schritt: **Zielklärung**
Daran sollte sich eine Diskussion über die Ziele und deren Umsetzbarkeit innerhalb der Fachschaft anschließen. Hierbei ist es wichtig, sich zumindest über einen Minimalkonsens einig zu werden.

3. Schritt: **Arbeitsphase**
An die Diskussion schließt die Arbeitsphase an, bei der z. B. die Erstellung von Grundwissenskatalogen oder die Erarbeitung von konkreten Unterrichtsvorhaben im Vordergrund steht.

4. Schritt: **Umsetzung**
Letzter Schritt ist die Umsetzung der Ziele im Unterricht.

Im Hauptteil dieses Heftes werden dazu vielfältige inhaltliche Anregungen gegeben.

Vorstellungen aufbauen

Von Heidrun vorm Walde unter Mitarbeit von Christian Geus

Vorstellungen als Schlüssel für das Verständnis

Bedeutung von Vorstellungen im Fach Mathematik

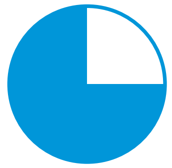
»Es gibt eine Kenntnis, die diesen Namen nicht verdient, eine erniedrigte und erniedrigende, insofern sie uns nur zu Ausführenden eines automatischen Ablaufs macht.«

Mit dieser Aussage hat Martin Wagenschein bereits 1948 in einem Aufsatz[1] auf Probleme hingewiesen, die durch ein rein nachvollziehendes Erlernen von Mathematik entstehen, bei dem die Inhalte nicht ausreichend mit Vorstellungen verknüpft werden. Die mathematischen Fähigkeiten bleiben dann auf das Anwenden von Regeln oder Formeln und das Durchführen von einstudierten Algorithmen bei vertrauten Aufgabenstellungen beschränkt. Ein Transfer der Kenntnisse auf neue Problemstellungen oder die Nutzung der

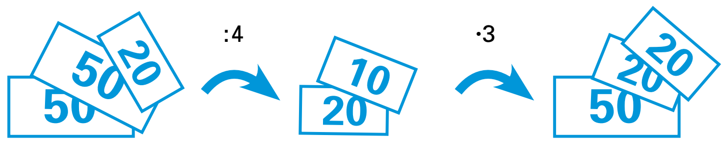
1_Wagenschein M.: **Zweierlei Wissen.** In Schola 3 (1948)5, S. 296-297

Mathematik als Werkzeug zur Modellierung ist nicht möglich. Vorstellungen müssen nicht immer bildlicher Natur sein. In diesem Artikel sind damit allgemein sinnerfüllte Konzepte gemeint, die das mathematische Wissen bei den Schülerinnen und Schülern repräsentieren. Häufig sind sogar ganz verschiedenartige Vorstellungen erforderlich, um ein Thema in ganzer Bandbreite zu erfassen. So sollte zum Beispiel der Bruchbegriff mit folgenden Vorstellungen verknüpft sein:[2]

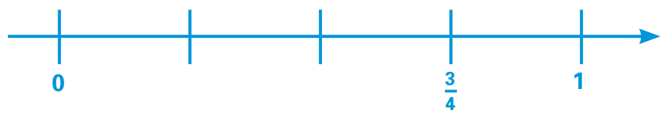
Anteilsvorstellung: Maria hat eine $\frac{3}{4}$ Pizza
(Bruch als Teil eines Ganzen)



Operator-Vorstellung: Michi gewinnt $\frac{3}{4}$ von 120 €.
Wie viel Geld erhält er? (Bruch als Rechenanweisung bzw. als relative Größenangabe)



Zahlvorstellung: (Bruch als Bezeichnung für eine Zahl bzw. als absolute Größenangabe)



In jüngster Zeit haben sich mehrere Studien mit Schülervorstellungen befasst.[3] Von besonderer Bedeutung ist die übereinstimmende Feststellung, dass Fehler – insbesondere auch solche, die landläufig gerne als reine Flüchtigkeitsfehler interpretiert werden – häufig durch Vorstellungsdefizite verursacht werden. So waren bei einer Erhebung im Rahmen des PALMA-Projektes ungefähr die Hälfte aller Fehler auf nicht ausreichende oder nicht adäquat erweiterte Grundvorstellungen zurückzuführen. Schülerinnen und Schülern in Jahrgangsstufe 6 der Schularten Hauptschule, Realschule und Gymnasium wurde hierbei u. a. die folgende Aufgabe gestellt:

2_Blum W., Wiegand B.: **Wie kommen die deutschen TIMSS-Ergebnisse zustande?** In: Blum W., Neubrand M.: TIMSS und der Mathematikunterricht; Hannover 1998

3_Zum Beispiel PALMA **www.uni-regensburg.de/Fakultaeten/nat_Fak_I/BIQUA/)**

Gibt es einen Bruch, der größer als $\frac{1}{3}$ und kleiner als $\frac{1}{2}$ ist?

Nur 22% der Teilnehmerinnen und Teilnehmer konnten diese Frage richtig beantworten. In Gesprächen stellte sich heraus, dass der Grund für eine falsche Antwort häufig in der Überlegung lag, dass es zwischen 2 und 3 keine natürliche Zahl und somit zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$ auch keinen Bruch gibt. In diesen Fällen ist es offenbar bei der Einführung der Bruchzahlen nicht gelungen, die Zahlvorstellung adäquat zu erweitern. Die entsprechenden Schülerinnen und Schüler verfügten über eine unzureichend ausgebildete Vorstellung von Bruchzahlen. Dies führte dazu, dass intuitiv Eigenschaften der vertrauteren natürlichen Zahlen auf die Bruchzahlen übertragen wurden.

Im Rahmen der genannten Untersuchungen haben sich neben dem Zahl-, insbesondere dem Bruchzahlverständnis, auch das Stellenwertverständnis und das Operationsverständnis bei den Punktrechenarten als besonders problematisch in Bezug auf Grundvorstellungen erwiesen.
Defizite in diesen Bereichen führen nahezu zwangsläufig auch zu Problemen bei verschiedenen weiterführenden Inhalten: Ein fundiertes Verständnis des Stellenwertsystems im Bereich der natürlichen Zahlen ist u. a. Voraussetzung für das Begreifen der rationalen Zahlen in Dezimalschreibweise, für das Rechnen mit Größen sowie für sinnvolles Runden. Fehlende oder fehlerhafte Vorstellungen in Zusammenhang mit der Multiplikation wirken sich beispielsweise beim Berechnen von Flächeninhalten und beim Rechnen mit Termen negativ aus. Werden derartige Lücken nicht erkannt, begleiten sie die Schüler häufig bis in die Oberstufe, wo auftretende Probleme meist nicht mehr in Zusammenhang mit defizitären Grundvorstellungen gebracht werden.

Konsequenzen für die Unterrichtspraxis

Überprüfung vorhandener Vorstellungen

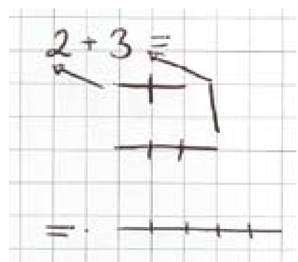
Bei der Erarbeitung neuer Inhalte ist es wichtig zu wissen, welche Vorstellungen die Schülerinnen und Schüler zu dem Thema bereits mitbringen. Es stellt sich also die Frage, wie sich vorhandene Vorstellungen überprüfen lassen.

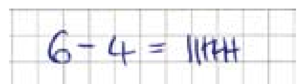
Ein geeignetes Mittel kann das **Visualisieren** mathematischer Inhalte sein. So erhielten zum Beispiel die Schülerinnen und Schüler einer 6. Realschulklasse folgenden Auftrag:

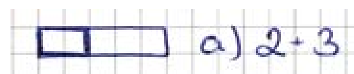
> Zeichne zu jedem der folgenden Terme ein Bild, ohne dabei Zahlen oder Rechenzeichen zu verwenden:
> 2 + 3; 3 · 4; 6 - 4; 15 : 3.

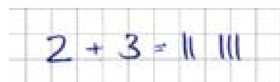
Während die Strichrechnungen größtenteils gut bildlich dargestellt wurden, bereitete die Visualisierung der Punktrechungen Probleme. Nur wenige Schülerinnen und Schüler konnten passende Bilder zeichnen.

Strichrechnungen:

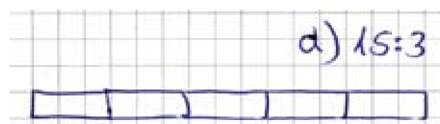




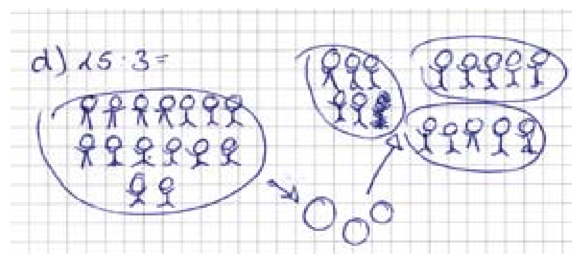




Division:

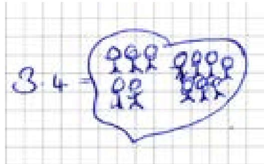


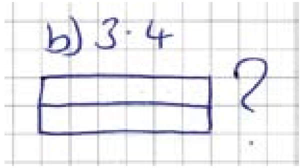
Es wurde anstatt auf 3 auf 5 aufgeteilt.



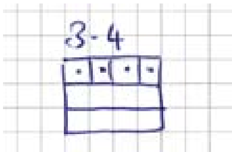
Richtige Lösung

Multiplikation:





Unbeholfene Lösungen (vom Rechenergebnis her gedacht)



Richtige Lösung

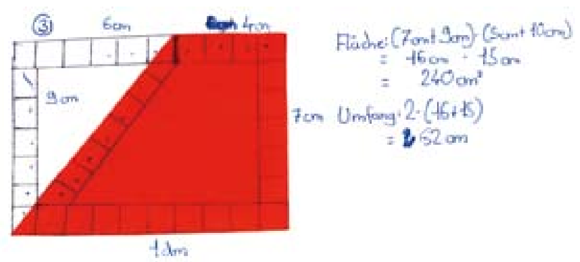
Dies lässt den Schluss zu, dass Multiplikation und Division bei den Schülern nicht ausreichend mit Vorstellungen verknüpft wurden.

In vielen Fällen lässt sich durch **Handeln mit geeignetem Material** Aufschluss über Vorstellungen gewinnen. In der 9. Klasse einer Realschule wurde den Schülern folgende Aufgabe gestellt:

Arbeitsaufträge zur Flächenbestimmung:
Schneide zunächst die Flächenstücke aus. Klebe eine Fläche in dein Experimentierheft und bestimme mithilfe der Quadratzentimeterplättchen ihren Inhalt so genau wie möglich.

(Abb. verkleinert)

Hierzu die Lösung einer Schülerin:



Es wird deutlich, dass die Schülerin weder eine Größenvorstellung von 240 cm², noch eine Vorstellung von der Bedeutung der Formel „Länge mal Breite“ zur der Berechnung der Rechtecksfläche besitzt.

Eine weitere Methode zum Ergründen von Vorstellungen ist das **Schreiben von Rechengeschichten**. In einer 5. Realschulklasse wurde dazu folgende Aufgabe gestellt:

Schreibe selbst eine Textaufgabe, bei der folgende Rechnung zum Ergebnis führt:

a) 12 m : 3 m = b) 12 m : 3 =

Von 32 Schülerinnen und Schülern haben nur 8 zu beiden Rechnungen einen passenden Kontext gefunden. 13 Schülerinnen und Schüler haben in beiden Fällen falsche Textaufgaben angegeben oder konnten überhaupt keine Aufgabe finden.

Beispiele für richtige Lösungen (Wortlaut der Schüler):

➔ 12 m : 3 m
Herr Mayr hat eine 12 m lange Latte. Er möchte sie in gleich lange Latten sägen. Jede sollte 3 m lang sein. Wie viel Latten erhält er?

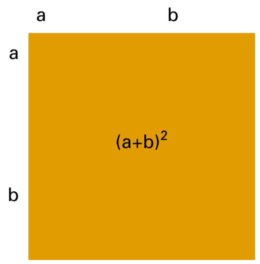
➔ 12 m : 3
Fritz teilt einen 12 m langen Stecken in 3 gleich große Teile. Wie lang ist ein Teil?

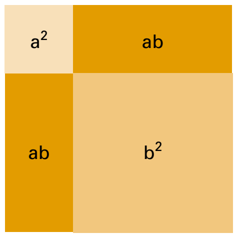
Beispiele für falsche Lösungen:

➔ 12 m : 3 m
Jan hat mit seinem Opa eine Radtour vor. Sie wollen 12 km fahren. Am ersten Tag fahren sie 3 km, am 2. Tag 4 km und am dritten Tag fahren sie 5 km.
Wie viele Meter Zaun bräuchte man, wenn man 12 Meter umranden will und für das Tor 3 m frei lässt?

➔ 12m : 3 =
Eine Rutsche ist 12 m lang. Sie soll aber abgebaut werden. Sie wird durch vier geteilt. Wie oft muss man die Rutsche teilen?
Wenn mein Haus 12 m hoch ist, werden 3 Stücke neu gestrichen. Wie viele Stücke muss ich noch streichen?

Förderung des Aufbaus von Vorstellungen im Unterricht





Bei der Erarbeitung neuer mathematischer Inhalte sollten vorhandene Schülervorstellungen aufgegriffen und ggf. korrigiert werden. Anschließend müssen diese adäquat erweitert oder neue Vorstellungen aufgebaut werden. Dies gelingt nicht, indem die Lehrkraft im Rahmen der Erarbeitung des neuen Stoffes kurz auf die entsprechenden Vorstellungen eingeht. Die Hoffnung, dass die Schüler diese übernehmen und dann erfolgreich damit arbeiten können, erfüllt sich nämlich in der Regel nicht. Sehr deutlich lässt sich dies zum Beispiel beim Erlernen der binomischen Formeln erkennen: Der überwiegende Teil der Lehrkräfte führt diese zwar anhand einer bildlichen Darstellung (siehe Abbildung links) ein. Meist wird die entsprechende Vorstellung im weiteren Unterrichtsverlauf aber nicht mehr herangezogen und nur noch das formale Anwenden der Formeln trainiert. Es treten häufig Fehler der Art $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ auf, die bildliche Vorstellung wurde also nicht verinnerlicht. Hier ist es von großem Vorteil, wenn mit Multiplikationstafeln gearbeitet wird, wie es auf Seite 24 ff beschrieben ist.

Als besonders günstig für den Aufbau von Vorstellungen hat es sich erwiesen, wenn sich die Schülerinnen und Schüler bei der Erarbeitung neuer Inhalte anhand geeigneter Arbeitsaufträge zunächst längere Zeit selbständig mit der Thematik auseinandersetzen. Sie haben dann die Möglichkeit, Hypothesen aufzustellen, diese zu überprüfen und so eigene Erkenntnisse zu gewinnen. Im Idealfall werden in den Aufträgen unterschiedliche Repräsentationsebenen des Wissens angesprochen und dadurch verschiedene Zugänge ermöglicht. Anschließend werden verschiedene Ergebnisse in der Klasse vorgestellt und durch die Lehrkraft zusätzliche Aspekte eingebracht. So werden die entwickelten Vorstellungen erweitert oder ggf. korrigiert. Erst nach dieser Phase des Vorstellungsaufbaus, die keinesfalls zu kurz ausfallen sollte[4], darf eine Formalisierung erfolgen, bzw. Wert auf Routinen und Automatismen gelegt werden. Durch eine zu frühe Schematisierung wird der Aufbau von Vorstellungen behindert.
Um einmal erworbene Vorstellungen zu sichern, müssen diese auch nach der Abstrahierung immer wieder aufgegriffen und in neuen Sachzusammenhängen angewandt und gegebenenfalls erweitert werden. „Im Idealfall entwickeln sich Grundvorstellungen zu einem dynamischen, tragfähigen Netzwerk mentaler Modelle, das durch Ergänzen und Reorganisation immer leistungsfähiger wird.“[5]

Siehe auch S. 51 ff

4_**„Wenn du wenig Zeit hast, nimm dir viel davon am Anfang“** (Ruth Cohn)
5_**www.uni-regensburg.de/Fakultaeten/nat_Fak_I/BIQUA/**

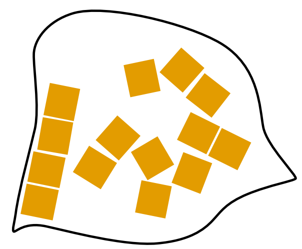
Beispiele zur Umsetzung

Umfang, Flächeninhalt, Volumen und Oberfläche von Figuren bzw. Körpern

Viele Schülerinnen und Schüler haben auch in höheren Jahrgangsstufen noch Schwierigkeiten, Umfang, Flächeninhalt, Volumen oder Oberflächen einfacher Figuren oder Körper zu bestimmen. Offenbar fehlt häufig die Grundvorstellung, dass diese Größen prinzipiell durch Vergleichen mit einer Grundgröße – also durch Messen – bestimmt werden. Die Bedeutung dieser Vorstellung wird auch in den Bildungsstandards betont, in denen das Messen ausdrücklich als Leitidee verankert ist.[6]

Die Berechnung von Umfang oder Flächeninhalt anhand von Formeln stellt bereits eine Abstraktion dar, die erst erfolgen darf, wenn die Grundvorstellung sicher verankert ist. Zuvor müssen die Schüler die entsprechende Handlung, also z. B. das Ermitteln des Umfangs einer Figur mithilfe eines Lineals oder das Bestimmen des Flächeninhalts der Figur durch das Auslegen mit Quadratzentimeterplättchen (oder das Rückführen auf andere bekannte Flächen) wiederholt selbst ausführen. Es genügt nicht, wenn dies durch einzelne Schüler oder die Lehrkraft an der Tafel geschieht.

Eine entsprechende Vorgehensweise sollte sich durch alle Jahrgangsstufen ziehen. Auch in höheren Klassen sollten der Erarbeitung von Formeln zur Berechnung von Umfang, Flächeninhalt, Volumen oder Oberfläche des jeweils betrachteten Figuren- oder Körpertyps selbständige Messvorgänge der Schülerinnen und Schüler vorausgehen.
Bei Vorgabe unterschiedlicher Grundeinheiten (siehe Abbildung) ist auch immer wieder das Umrechnen von Größen gefordert und wird somit nicht zum Selbstzweck.



Wenn die Schülerinnen und Schüler die mit dem Flächeninhalt verbundenen Grundvorstellungen verinnerlicht haben, können sie bereits in Jahrgangsstufe 5 Inhalte von unregelmäßigen oder unbekannten Flächen (z. B. auch Kreisflächen) mit Hilfe von Quadratzentimeterplättchen näherungsweise ermitteln. Werden entsprechende Arbeitsweisen in den folgenden Jahrgangsstufen regelmäßig wiederholt, ist zu erwarten, dass beim Bearbeiten einer Aufgabe zur Flächenbestimmung, wie sie auf Seite 20 vorgestellt wurde, weniger Probleme auftreten.

6_**www.kmk.org/schul/home1.htm**

Auch Problemstellungen wie die folgende (aus PISA 2000[7]) stellen dann keine unüberwindbare Hürde mehr dar:

Hier siehst du eine Karte der Antarktis. Schätze die Fläche der Antarktis, indem du den Maßstab der Karte benutzt. Schreibe deine Rechnung auf und erkläre, wie du zu deiner Schätzung gekommen bist. (Du kannst in der Karte zeichnen, wenn dir das bei deiner Schätzung hilft.)

Ausmultiplizieren von Summentermen und Faktorisieren

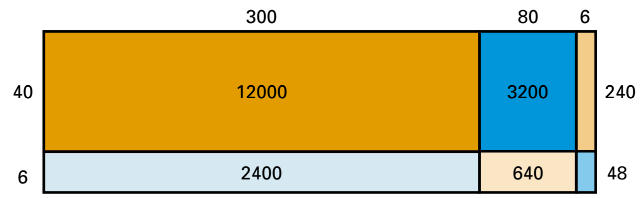
Ein weiterer Problembereich ist für viele Schülerinnen und Schüler das Vereinfachen von Termen. Es hat sich als vorteilhaft erwiesen, wenn Termumformungen bis zu einem gewissen Grad mit Vorstellungen verbunden sind. Beim Ausmultiplizieren von Summen eignen sich hierzu Multiplikationstafeln, die den Schülerinnen und Schülern in der Regel bereits aus der Grundschule vertraut sind. Die damit verbundene (Flächen-) Vorstellung zur Multiplikation kann (und sollte) in der Sekundarstufe immer wieder aufgegriffen und weiterentwickelt werden. So lässt sich dieses Thema kumulativ unterrichten und die Lernenden erkennen ein durchgängiges Prinzip.

<u>Multiplikation natürlicher Zahlen:</u>

Eine produktive Aufgabe in Jahrgangsstufe 5 könnte lauten: Mache aus der „großen Malaufgabe 386 · 48 mehrere „kleine Malaufgaben“, deren Ergebnis leicht zu berechnen ist.

Den geometrischen Hintergrund dieser Aufgabe kann man sich als Auftrag zum Berechnen einer Fläche vorstellen. Eine Seitenlänge wird aufgeteilt in 300, 80 und 6 Einheiten, die andere in 40 und 8 Einheiten. So werden schließlich 6 Teilflächen berechnet, die zusammen addiert wieder die Gesamtfläche ergeben.

7_www.mpib-berlin.mpg.de/pisa/Beispielaufgaben_Mathematik.pdf



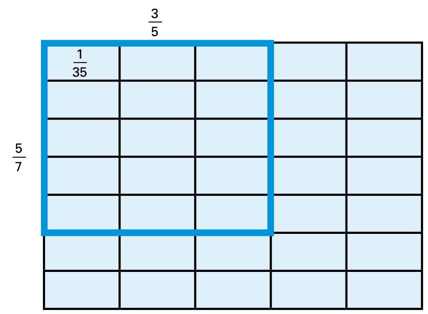
Folgender Abstraktionsschritt zeigt eine Vorstufe zum schriftlichen Normalverfahren für die Multiplikation:

·	300	80	6	
40	12000	3200	240	15440
8	2400	640	48	3088
	14400	3840	288	18528

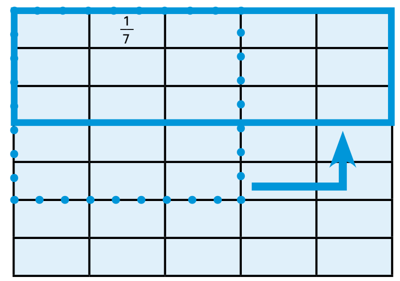
Also: 386 · 48 = 18528

In Zusammenhang mit der Multiplikation von Bruchzahlen bzw. gemischten Zahlen kann der Flächenaspekt der Multiplikation wieder thematisiert und – beim Multiplizieren gemischter Zahlen – das Arbeiten mit Multiplikationstafeln aufgefrischt werden:

<u>Multiplikation von Bruchzahlen:</u> $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7}$

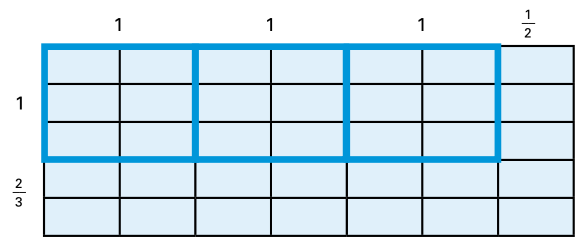


$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{35}$



$\frac{15}{35} = \frac{3}{7}$

<u>Multiplikation gemischter Zahlen:</u> $3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{3}$



	3	$\frac{1}{2}$	
1	3	3	$3\frac{3}{6}$
$\frac{2}{3}$	2	$\frac{1}{3}$	$2\frac{2}{6}$
	5	$\frac{5}{6}$	$5\frac{5}{6}$

Flächendarstellung: $3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{3} = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6}$

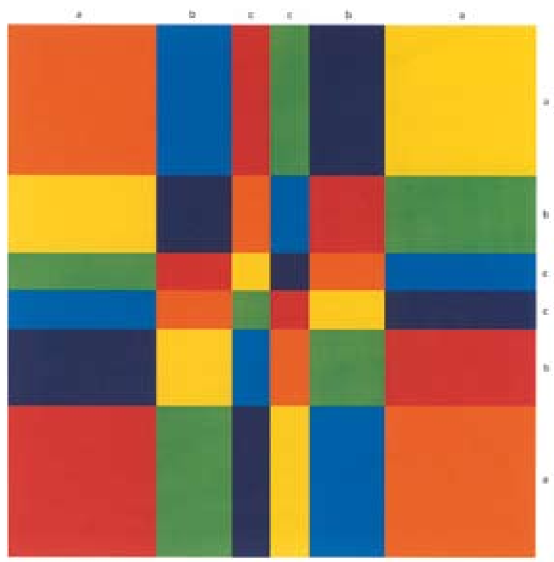
Also: $3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{3} = 5\frac{5}{6}$

Der Flächenaspekt bei der Multiplikation kann in weiteren Zusammenhängen gewinnbringend eingesetzt werden.

Die folgenden Arbeitsaufträge[8] zeigen schließlich einen auf dem Flächenaspekt beruhenden Zugang zur Thematik „Ausmultiplizieren von Summentermen“, der es den Schülerinnen und Schülern ermöglicht, ihre Vorstellungen zum Thema selbständig weiter auszubauen.

Ein Bild von Richard Paul Lohse

Der Schweizer Maler Richard Paul Lohse hat 1983 das Bild „6 komplementäre Farbreihen“ gemalt.



➔ Beschreibe das Bild. Welche Gesetzmäßigkeiten findest du?

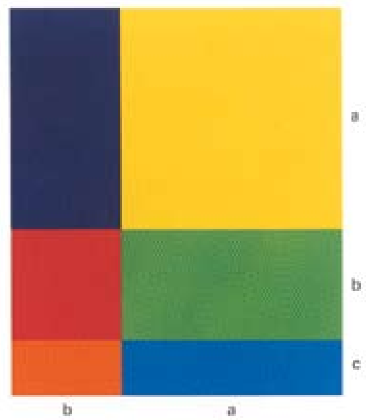
➔ Die Variablen am Rand bezeichnen die Längen, die im Bild vorkommen. Mit den Variablen kann man auch zusammengesetzte Längen ausdrücken. Die Länge des ganzen Bildes ist zum Beispiel
$a + b + c + c + b + a$ oder anders geschrieben $2a + 2b + 2c$.
Erkläre beide Terme.

➔ Mit den Variablen kann man auch Flächen ausdrücken. Zum gelben Quadrat oben rechts gehört zum Beispiel der Term $a \cdot a = a^2$. Zum grünen Rechteck darunter gehört der Term $a \cdot b = ab$.

8_Nach **Mathbu.ch 7**. Klett und Balmer; Zug, 2002

➔ Alle orangenen Flächen zusammen kann man durch den Term $2a^2 + 4bc$ bestimmen. Prüfe dies nach. Stelle auch die Terme auf, die zu den anderen Farben gehören.

➔ Die drei Flächen in dem Bildausschnitt unten links bilden zusammen ein Rechteck. Man kann dessen Fläche auf zwei verschiedene Arten beschreiben: $a \cdot (c + b + a)$ oder $ac + ab + a^2$. Die beiden Terme sind also äquivalent. Beschreibe die Fläche des unten rechts abgebildeten Ausschnitts ebenso durch verschiedene Terme. Gib auch den Umfang des Ausschnitts an.



➔ Suche einen rechteckigen Bildausschnitt, dessen Fläche sich durch den Term $(b + c) \cdot (b + 2c)$ beschreiben lässt. Gib einen anderen äquivalenten Term für die Fläche dieses Ausschnitts an.

➔ Entnimm dem Bild selbst zusammengesetzte Rechtecke. Zeichne sie ab, beschrifte sie und drücke ihre Flächen durch verschiedene äquivalente Terme aus. Tausche die Terme mit Mitschülerinnen oder Mitschülern aus und sucht dazugehörende Flächen. Vergleicht.

Damit die gewonnenen Vorstellungen gefestigt werden, müssen die Lernenden anschließend über einen längeren Zeitraum hinweg damit arbeiten. Daher sollten beim Ausmultiplizieren und Faktorisieren Multiplikationstafeln verwendet werden. Ein zu schneller Übergang zum formalen Ausmultiplizieren würde die Vorstellungen schnell verdrängen.

Ausmultiplizieren von Summentermen:

Beispiel 1: $(3 + x) \cdot (-4x + 5y)$

·	3	x
-4x	-12x	$-4x^2$
5y	15y	5xy

Also: $(3 + x) \cdot (-4x + 5y) = -12x - 4x^2 + 15y + 5xy$

Beispiel 2: $(-3a - 5b)^2$

·	-3a	-5b
-3a	$9a^2$	15ab
-5b	15ab	$25b^2$

Also: $(-3a - 5b)^2 = 9a^2 + 30ab + 25b^2$

Faktorisieren:

Beispiel: $4x^2 - 16x + 16$

·	2x	-4
2x	$4x^2$	-8x
-4	-8x	16

oder

·	-2x	4
-2x	$4x^2$	-8x
4	-8x	16

Also: $4x^2 - 16x + 16 = (2x - 4)^2$ oder $(-2x + 4)^2$

Die Schülerinnen und Schüler verteilen zunächst die Summenwerte in den „Ergebnisfeldern". Sie stellen auch fest, dass $4x^2$ und 16 nicht in einer Zeile bzw. Spalte stehen können, da sie nicht miteinander „verträglich" sind. Anschließend werden die Faktoren ermittelt.

Erfahrungen:

In einer 8. Klasse einer Realschule wurden Produkte von Summentermen und das Faktorisieren ausschließlich mit der Multiplikationstafel durchgeführt. In einem anschließenden Test erzielten die Schülerinnen und Schüler sowohl beim Multiplizieren von Summentermen als auch beim Faktorisieren erstaunlich gute Ergebnisse. Auch bei einer weiteren Überprüfung zu einem späteren Zeitpunkt war das Wissen noch sicher verfügbar.

Ausschnitt aus dem Test:

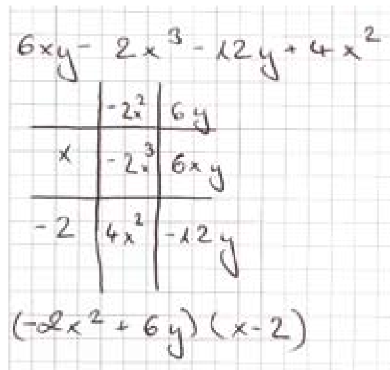
Faktorisiere

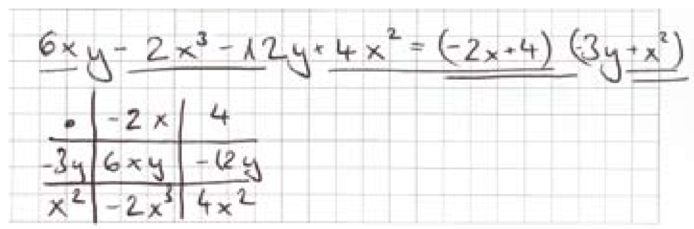
a) $36x^2 - 64y^2 =$

b) $144a^2 - 72a + 9 =$

c) $6xy - 2x^3 - 12 y + 4x^2 =$

Aufgaben a) und b) lösten 75 % der Schüler ohne Fehler. Und noch erstaunlicher ist, dass sogar Aufgabe c) von 71% der Schülerinnen und Schüler absolut richtig gelöst wurde und das nur mit Hilfe einer Multiplikationstafel (Schülerlösungen siehe Abbildung).





Von Sonja Meyer

Anregungen zu einer handlungsorientierten Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens

Bedeutung der Raumvorstellung

Die Raumvorstellung gilt allgemein als wichtige Komponente der menschlichen Intelligenz und hat auch erheblichen Einfluss auf die schulischen Leistungen. Verschiedene jüngere Studien[1] belegen – insbesondere bei weiblichen Schülern – einen deutlichen Zusammenhang zwischen der mathematischen Leistung und der Fähigkeit zur räumlichen Orientierung. Darüber hinaus zeigen sich Korrelationen zwischen gut entwickelter Raumvorstellung und guten Leistungen in den Naturwissenschaften sowie im sprachlichen Bereich.

Komponenten der Raumvorstellung

Die Raumvorstellung umfasst verschiedenartige Fähigkeiten. Besuden[2] unterscheidet drei Komponenten der Raumvorstellung:

1. Räumliche Orientierung

„Das ist die Fähigkeit, sich wirklich oder gedanklich im Raum zurechtzufinden." Besondere Schwierigkeiten bereiten dabei erfahrungsgemäß rechts-/links-Beziehungen.

2. Räumliches Vorstellungsvermögen

„Das ist die Fähigkeit, räumliche Objekte auch bei deren Abwesenheit reproduzieren zu können, sei es durch Sprache oder zeichnerische Wiedergabe". Da die Vorstellung an das Gedächtnis gebunden ist und eine bewusste Wahrnehmung voraussetzt, kommt im Geometrieunterricht der Verwendung von Anschauungsmaterial, das möglichst von den Schülerinnen und Schülern selbst hergestellt wurde, besondere Bedeutung zu.

3. Räumliches Denken

„Das ist die Fähigkeit, mit räumlichen Vorstellungsinhalten beweglich umzugehen." Die Schülerinnen und Schüler sollen in die Lage versetzt werden, sich ein bestimmtes Raumgebilde von verschiedenen Standorten aus vorstellen und Drehungen bzw. Lageveränderungen gedanklich vollziehen zu können. Voraussetzung dafür ist,

1_Maier, P. H.: **Räumliches Vorstellungsvermögen**. In „Der Mathematikunterricht", Jahrgang 45, Heft 3/1999; Friedrich Verlag, Seelze
2_Besuden, H.: **Raumvorstellung und Geometrieverständnis**. In: Mathematische Unterrichtspraxis, Heft 3/1999; Kallmeyer Verlag, Seelze

dass entsprechende Handlungen an Gegenständen durchgeführt und verinnerlicht wurden.

Rolle der Raumvorstellung im Mathematikunterricht

Im Bewusstsein von Lehrerinnen und Lehrern scheint die Bedeutung einer Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens nicht im erforderlichen Umfang verankert zu sein. Geometrische Inhalte werden von Mathematiklehrkräften für weniger wichtig gehalten als etwa die Algebra. Ihre Behandlung wird deshalb häufig an das Ende des Schuljahres geschoben. Von Geometriedidaktikern wurde die Vernachlässigung der Geometrie im Mathematikunterricht in der Vergangenheit öfter bemängelt. Auch die Befunde der TIMS-Studie weisen darauf hin, dass hier eine Schwachstelle des deutschen Mathematikunterrichts liegt.[3]
Hinzu kommt die Tatsache, dass aufgrund curricularer Vorgaben der Schwerpunkt des Geometrieunterrichts zumeist auf der zweidimensionalen Figurenlehre liegt. Dies lässt den Schluss zu, „dass entgegen einer weit verbreiteten Ansicht Raumvorstellung eine relativ untergeordnete Rolle beim Zustandekommen von Schülerleistungen im Fach Geometrie spielt."[4]

Lernstationen zur Schulung der Raumvorstellung

Im Folgenden werden Lernstationen vorgestellt, die zur Schulung der Raumvorstellung entwickelt wurden. Dabei werden auch verschiedene übergeordnete Zielsetzungen berücksichtigt:

➔ Ausprobieren, Strategien finden, sich Stück für Stück vorarbeiten (Problemlösestrategien);
➔ Mit Mitschülerinnen und Mitschülern zusammenarbeiten (eigenverantortliches/kooperatives Arbeiten);
➔ Eigene Lösungswege vorstellen und erläutern (Verbalisieren);
➔ Durch Erfolgserlebnisse angespornt werden, spielerisch und mit Freude lernen.

3_Blum W. und Neubrand M.: **TIMSS und der Mathematikunterricht**. Schrödel 1998, S. 24, Braunschweig
4_Treumann K., zitiert in Maier H. P.: Räumliches Vorstellungsvermögen. In **„Der Mathematikunterricht"**, Jahrgang 45 Heft 3/1999; S. 8, Friedrich Verlag, Seelze

Von den 8 Stationen werden hier die in der Übersicht fett gedruckten exemplarisch vorgestellt. Beschreibungen der übrigen Stationen können unter **www.sinus-bayern.de** abgerufen werden.

Übersicht Stationen

Alle Stationen in der Übersicht:

1. **Orientierung in der Ebene** (Ornamente, Geobrett, Himmelsrichtungen)
2. **Körper aus Würfeln** (Würfelbauten, Schrägbilder)
3. Spiele mit dem Soma-Würfel
4. Quaderanordnungen (Seitenansichten, Grundrisse)
5. **Kippbewegungen**
6. Knoten
7. Freundschaftsbändchen
8. **Unmögliche Figuren**

Station 1: Orientierung in der Ebene

➔ Ornamente fortsetzen;
➔ Symmetrien in Ornamenten suchen;
➔ Ornamente aus Fotos auf Karopapier übertragen (Abb. 1.1);
➔ Eigene Ornamente erfinden;
➔ Figuren auf dem Geobrett spannen, auf Punktepapier zeichnen und mit Koordinaten beschreiben (Abb. 1.2);
➔ Wege auf Gitternetz durch die Angabe von Himmelsrichtungen kodieren (Abb. 1.3).

Zeichne die Ornamente auf kariertes Papier

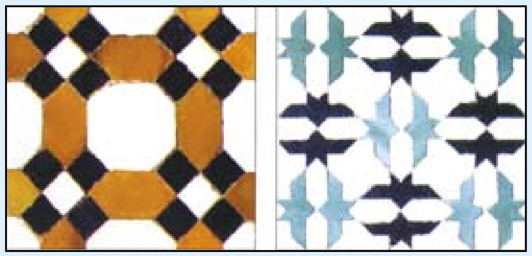


Abb. 1.1[5]

Figuren auf dem Geobrett

➔ Erfinde eine Figur auf dem Geobrett;
➔ Zeichne sie auf Punktepapier;
➔ „Diktiere" sie deinem Nachbarn, indem du Koordinaten verwendest (im folgenden Beispiel: A1, B1, B2, C2, C1, D1, D2, D3 usw.).

5_Aus: **Das Zahlenbuch 5**, Klett und Balmer; Zug 1999

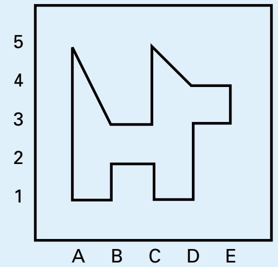
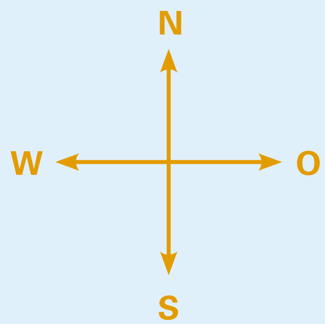


Abb. 1.2

Beschreibung mit Hilfe der Himmelsrichtungen



Beispiel[6]:

O	N	W	S	W	N	O	S	W
3	1	4	2	2	3	8	3	2

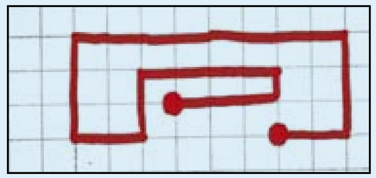


Abb. 1.3

➔ Erkläre die Tabelle und die Figur 1.3.
➔ Erfinde auf dem Geobrett eigene Figuren, bei denen Ziel- und Startpunkt übereinstimmen und zeichne sie auf kariertes Papier. Lege den Anfangs- und Zielpunkt fest und beschreibe die Figuren mit einer Tabelle. Diktiere deinem Partner die Figuren. Er spannt sie auf dem Brett und zeichnet sie anschließend.
➔ Erfinde Tabellen für Figuren, bei denen Start- und Zielpunkt übereinstimmen und spanne/zeichne dann.

6_Nach: **Das Zahlenbuch 6**, Klett und Balmer; Zug, 2000

Station 2: Körper aus Würfeln

➔ Im Schrägbild dargestellte Körper aus Würfeln bauen
➔ Schrägbilder von aus Würfeln zusammengesetzten Körpern zeichnen
➔ „Baupläne" von Körpern, die aus Würfeln bestehen, erstellen und auswerten (Abb. 2.1, Abb. 2.2)
➔ Ermitteln der zum Bauen erforderlichen Würfel anhand des Schrägbildes (Abb. 2.3)
➔ Vervollständigen von unfertigen Schrägbildern (Abb. 2.4)

<u>Info: Zeichnen von Bauplänen von Würfelkörpern</u>[7]

Das ist die Ansicht eines Körpers von oben. Er sieht aus wie eine Treppe und besteht aus 18 Einzelwürfeln. Die Grundfläche ist ein Quadrat aus 3 x 3 Würfeln. Die Zahlen geben an, wie viele Würfel an der entsprechenden Stelle übereinander liegen.

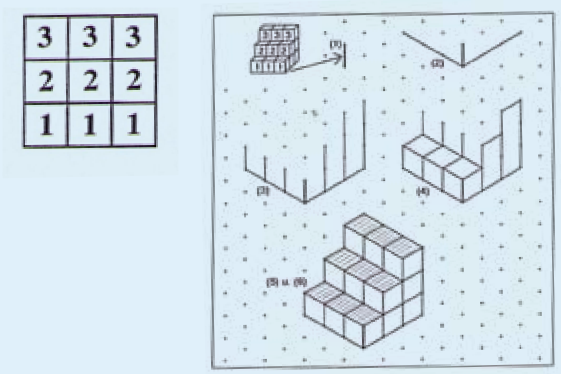


Abb. 2.1

Zum Erstellen des Bauplans wird zuerst die Grundfläche gezeichnet. Anschließend wird eingetragen, wie viele Würfel an der jeweiligen Stelle übereinander liegen.

Baue folgende Körper entsprechend der Baupläne auf und zeichne sie anschließend auf Punktepapier.

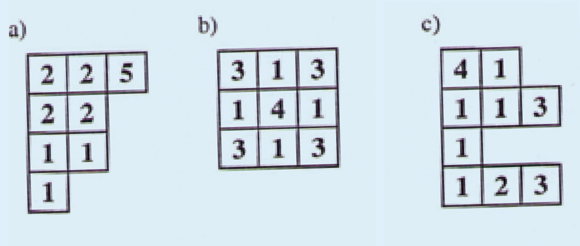


Abb. 2.2

7_Petschler, I.: **Bau was.** MUED Schriftenreihe; Appelhülsen 2003

Zähle jeweils die beim Bauen verwendeten Würfel und zeichne den zugehörigen Bauplan.

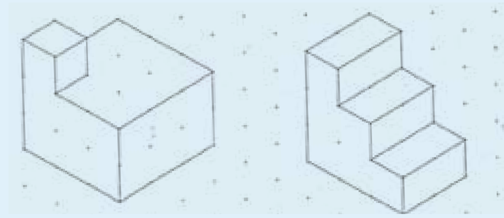


Abb. 2.3[8]

Vervollständige jeweils die Zeichnung, zähle die verwendeten Würfel und zeichne den Bauplan.

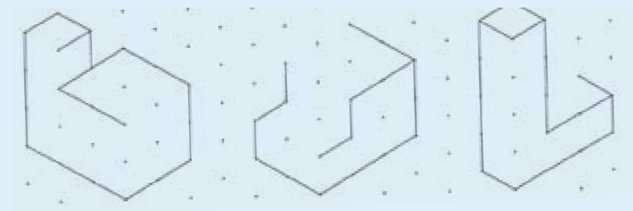


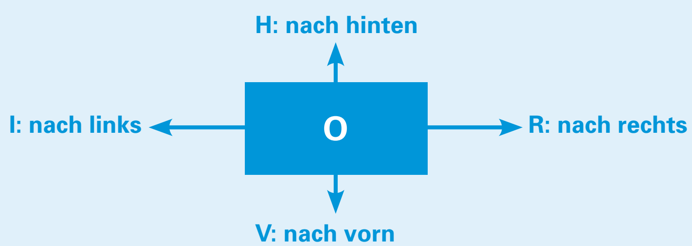
Abb. 2.4[8]

Station 5: Kippbewegungen

➔ Kippen von Streichholzschachteln nach vorgegebenen Anweisungen;
➔ Durchführen entsprechender Kippbewegungen in Gedanken;
➔ Ermittlung der oben liegenden Augenzahl nach vorgegebener Startposition und vorgegebenen Kippbewegungen eines Würfels;
➔ Vergleich von gedrehten und gekippten Körpern, die aus Würfeln zusammengesetzt sind (Abb. 5.1).

Kippe eine Streichholzschachtel in Gedanken nach den in der unten stehenden Tabelle vorgegebenen Anweisungen und trage jeweils die gesuchte Position ein. Überprüfe deine Ergebnisse durch tatsächliches Kippen einer Streichholzschachtel.

Dabei bedeutet „O": Schachteloberseite liegt oben
„U": Schachteloberseite liegt unten



8_Aus: **Das Zahlenbuch 5,** Begleitband; Klett und Balmer, Zug 1999

Ausgangsposition	Kippbewegungen	Endposition
O	V - R - H	
O	H - L - V	
U	V - L - V - R - R	
	L - V - L	U

Finde weitere Aufgaben (natürlich mit Musterlösung) für deinen Partner.

Die sechzehn Würfelbauten zeigen nur drei unterschiedliche Objekte. Welche Bilder zeigen das gleiche Objekt? Zur Überprüfung kannst du die Objekte nachbauen.

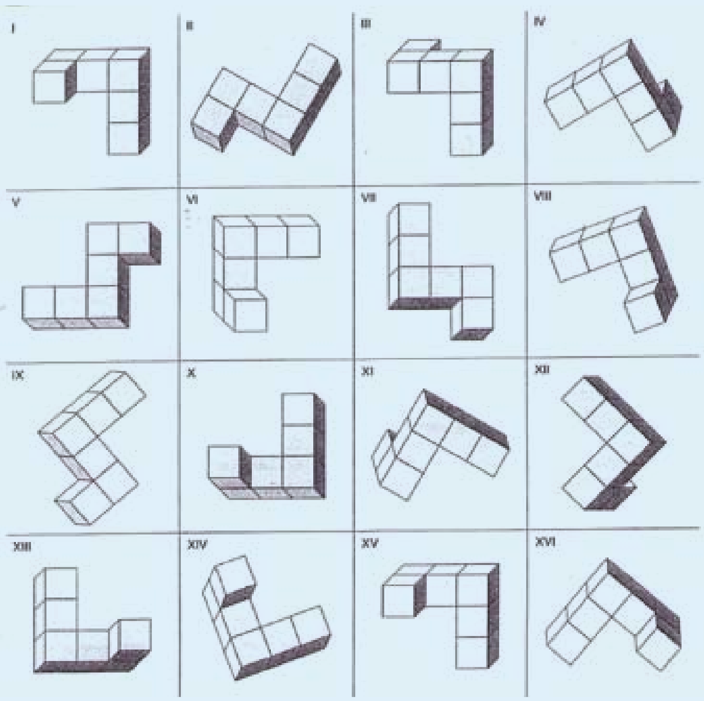


Abb. 5.1

Station 8: Unmögliche räumliche Figuren

➔ Untersuchen „unmöglicher" räumlicher Darstellungen (Abb. 8.1);
➔ Betrachten von „Kippbildern" (Abb. 8.2);
➔ Zeichnen einer „unmöglichen" räumlichen Figur (Abb. 8.3, 8.4 und 8.5).

<u>Wahr oder unmöglich? – Unsere Augen lassen sich täuschen</u>

Unten siehst du das Bild „Wasserfall" von M.C. Escher (1961). Wo liegt die Täuschung? Welches der oben abgebildeten Dreiecke erkennst du?

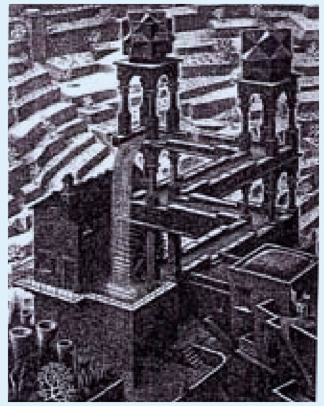


Abb. 8.1

<u>Was sehen wir wirklich? – Nicht jeder sieht das Gleiche!</u>

Alte oder junge Frau? 6 oder 7 Würfel?

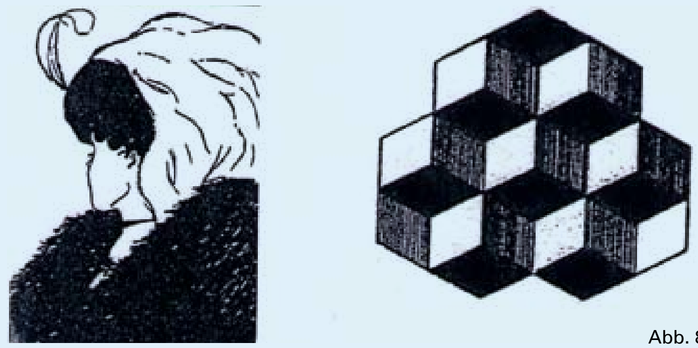


Abb. 8.2

Versuche, deine Sichtweise jeweils deinem Partner zu erklären.

<u>... und nun bist du dran!</u>[9]

Folge den Aufträgen – aber nicht schummeln!

<u>Auftrag 1:</u> Präge dir diese seltsame Figur 10 Sekunden lang ein. Drehe dann das Blatt um und versuche, die Figur nachzuzeichnen.

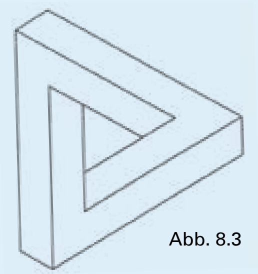


Abb. 8.3

Wenn dir Auftrag 1 zu schwer ist, bearbeite zunächst die Aufträge 2 und 3.

<u>Auftrag 2:</u> Zeichne die Figur entsprechend der Vorlage auf Karopapier nach.

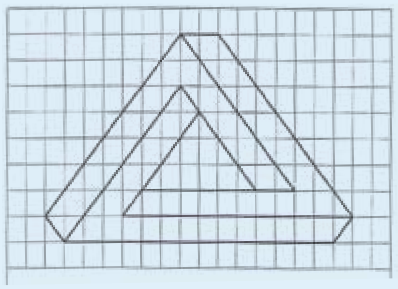


Abb. 8.4

<u>Auftrag 3:</u> Schneide die drei Teile auf dem Arbeitsbogen aus und versuche, die Teile so zu legen, dass sie die seltsame Figur ergeben.

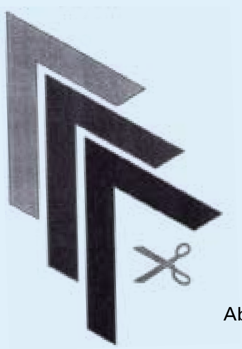


Abb. 8.5

9_Nach: Junga, M.: **Sonderbare Figuren**. AOL-Verlag; Lichtenau-Scherzheim

Lernerfolge langfristig sichern

Von Dieter Fiedler und Johann Staudinger unter Mitarbeit von Karl Bögler, Stefan Grabe, Martin Jochner, Axel Kisters, Wolf Kraus, Claudia Schneider

Von Grundwissenskatalogen zu Basiskonzepten

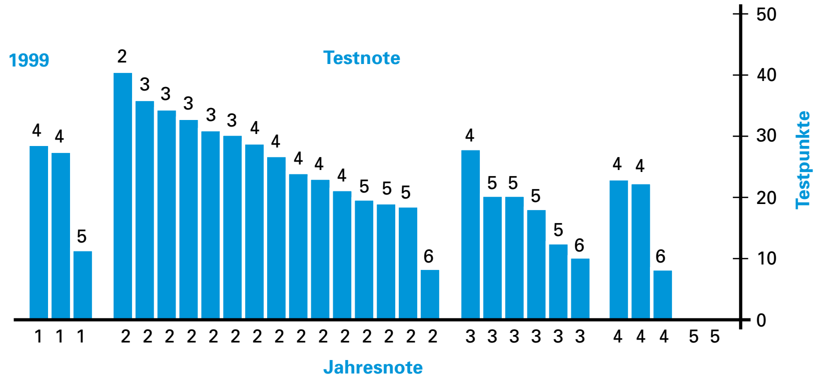
Situation

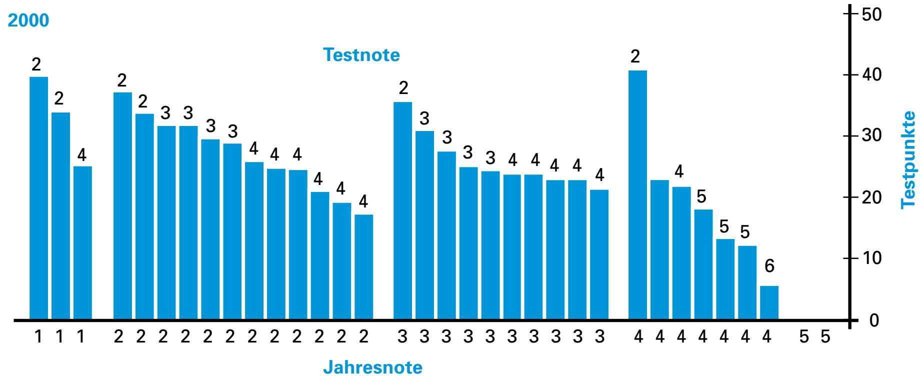
Der Rhythmus des Stundenplans konfrontiert Schülerinnen und Schüler in kurzen Zeitsequenzen mit unterschiedlichen sachlichen oder methodischen Belangen. Im Fach Biologie taucht zusätzlich das Problem auf, dass der Unterricht nur zwei Einheiten pro Woche umfasst. Allein dadurch sind die Möglichkeiten eingeschränkt, sich mit einem Thema zusammenhängend zu beschäftigen und dabei intensiv zu lernen. Man muss entweder viel Zeit investieren, um das bereits Besprochene zu reaktivieren, oder man entschließt sich dazu, das Behandelte auf sich beruhen zu lassen und zu einem neuen Themenfeld überzugehen. Der erste Fall kennzeichnet eher verbreiteten Chemieunterricht, während der zweite aus dem Fach Biologie stammen könnte. Hier wird häufig ein weiterer Organismus

additiv vorgestellt, ohne auf vorher behandelte Organismen Bezug nehmen zu können. Durch dieses „Häppchen-Lernen“ ergeben sich kaum langfristige Lernerfolge. Eine Leistungserhebung, die im Wesentlichen nur den Stoff der letzten Stunde umfasst, fördert eher das Lernen über das Kurzzeitgedächtnis und steht einem langfristig angelegten Lernprozess entgegen.

In diesem Zusammenhang ist von Interesse, welche Grundkenntnisse bei den Lernenden nach einem längeren Zeitraum tatsächlich noch verfügbar sind. Dazu wurden am Holbein-Gymnasium Augsburg in den Jahren 1999 und 2000 jeweils zum Schuljahresbeginn im Biologie-Unterricht der 6. Jahrgangsstufe Tests über das Grundwissen der 5. Jahrgangsstufe durchgeführt. Diesen ging keine besondere Vorbereitung voraus, die Klassen schrieben aus dem Stegreif, die Aufgaben waren weitgehend reproduktiver Art. Die Bewertung der Tests erfolgte mit 50 Punkten, die Leistungen der Schülerinnen und Schüler wurden nach dem Abitur-Punkteschlüssel in Noten umgerechnet und mit den Jahresendnoten der 5. Klasse verglichen. Nachfolgende Diagramme zeigen die Ergebnisse ausgewählter Klassen.

Vergleich der Ergebnisse des Grundwissenstests mit den Jahresnoten





Weder die Notendurchschnitte (5e: 3,56; 5f: 4,26) noch die erreichten Durchschnittspunktzahlen (5e: 26,9; 5f: 21,4) konnten zufriedenstellen. Die Ergebnisse zeigen, dass die Grundkenntnisse, über die die Schülerinnen und Schüler aus der 5. Jahrgangsstufe langfristig verfügen sollten, bereits nach den Sommerferien nur noch unzureichend abgerufen werden konnten.
Auch wenn die Studie nicht repräsentativ ist, kann man zusammenfassend festhalten: Im Durchschnitt lässt sich ein Zusammenhang zwischen Jahresnote und verfügbarem Grundwissen feststellen, im Einzelnen erlaubt die Jahresnote jedoch keine Rückschlüsse auf die verfügbaren Grundkenntnisse. Vielmehr scheint bei vielen Lernenden ein gutes Kurzzeitgedächtnis einen größeren Einfluss auf die Jahresnote zu haben.
Diese Ergebnisse fordern dazu auf, die Bemühungen zur langfristigen Sicherung des Grundwissens zu verstärken.

Kriterien für die Auswahl von Grundwissensinhalten

Um Schülerinnen und Schülern zu ermöglichen, sich im Lauf der verschiedenen Jahrgangsstufen grundlegendes Fachwissen langfristig verfügbar anzueignen, ist es erforderlich, dass sich die Mitglieder einer Fachschaft zunächst auf verbindliche Grundwissensinhalte einigen. Für die Auswahl können neben den Forderungen des Lehrplans folgende Kriterien hilfreich sein:

➔ Inhalte, die für das Verständnis von Inhalten nachfolgender Jahrgangsstufen von Bedeutung sind;
➔ Inhalte, die zum Verständnis von biologischen bzw. chemischen Phänomenen, Abläufen und Zusammenhängen beitragen;
➔ Inhalte mit allgemeinbildendem Aspekt;
➔ Inhalte, die zum Grundverständnis in anderen Fächern beitragen (Querbezüge);
➔ Verständnis für naturwissenschaftliche Fragestellungen und für die Methoden des naturwissenschaftlichen Erkenntnisgewinns.

An folgendem **Beispiel** aus der Biologie (5. Jahrgangsstufe) soll die Bedeutung dieser Kriterien aufgezeigt werden.

Skelett des Menschen

Aufbau:
➔ Schädel
➔ Wirbelsäule
➔ Brustkorb (Brustbein und Rippen)
➔ Schultergürtel (Schlüsselbeine, Schulterblätter)
➔ Beckengürtel
➔ Armskelett (Oberarmknochen, Elle und Speiche, Handwurzel-, Mittelhand- und Fingerknochen)
➔ Beinskelett (Oberschenkelknochen, Schien- und Wadenbein, Fußwurzel-, Mittelfuß- und Zehenknochen)

Aufgaben: Es unterstützt den Körper, schützt innere Organe und ermöglicht zusammen mit Muskeln, Sehnen und Bändern Bewegungen.

Abb. 1: Ausschnitt aus einem Grundwissenskatalog Biologie 5. Jahrgangsstufe

Für die Aufnahme der Begriffe „Schien- und Wadenbein“ in das biologische Grundwissen sprechen beispielsweise folgende Argumente:
➔ Grundkenntnisse zu Struktur und Funktion des eigenen Körpers zählen zweifelsohne zur Allgemeinbildung.
➔ Sie bilden zudem in der 6. Jahrgangsstufe die Grundlage für einen Vergleich innerhalb der Wirbeltierklassen und später für die Erarbeitung des Homologiebegriffs.
➔ Schließlich kann die Lehrkraft im Fach Sport auf diese anatomisch-physiologischen Grundkenntnisse zurückgreifen.

Entwicklungsstufen

Am Beginn der Entwicklung steht die Einigung der Fachkolleginnen und -kollegen auf die Grundwissensbegriffe der einzelnen Jahrgangsstufe. Die Zusammenstellung einschließlich altersgemäßer Beschreibung ergibt einen **Grundwissenskatalog**, wie in Abb. 1 dargestellt.
Eine Variante stellt die **Grundwissenskartei** dar. Sie enthält Karten, die auf der Vorderseite den Begriff und auf der Rückseite die entsprechende Beschreibung enthalten. Solche Karteikarten sind den Schülerinnen und Schülern aus dem Sprachenunterricht bekannt und erleichtern ihnen das Lernen. Für Lehrkräfte bieten sie eine

leicht verfügbare Möglichkeit, Grundwissen im Rahmen einer Rechenschaftsablage zu überprüfen.

Skelett	Knochengerüst als Stütze des Körpers und Ansatzstelle der Muskulatur. Bauteile beim Menschen: → Schädel, Wirbelsäule, Brustkorb (Brustbein und Rippen) → Schultergürtel (Schlüsselbein, Schulterblatt), → Beckengürtel → Armskelett (Oberarmknochen, Elle/Speiche, Handwurzel-, Mittelhand-, Fingerknochen) → Beinskelett (Oberschenkelknochen, Schien-/Wadenbein-, Fußwurzel-, Mittelfuß-, Zehenknochen) Gelenke: bewegliche Verbindungsstellen zwischen Knochen

Abb. 2: Karte aus einer Grundwissenskartei Biologie 5. Jahrgangsstufe

Beschränkt man sich auf Katalog und Kartei, besteht die Gefahr, dass das Grundwissen als reine Ansammlung von Wissen verkannt wird. Eine erste Möglichkeit, die Begriffe in einen größeren Zusammenhang zu bringen und damit Verständnis aufzubauen, bietet die **Visualisierung von Grundwissen**.

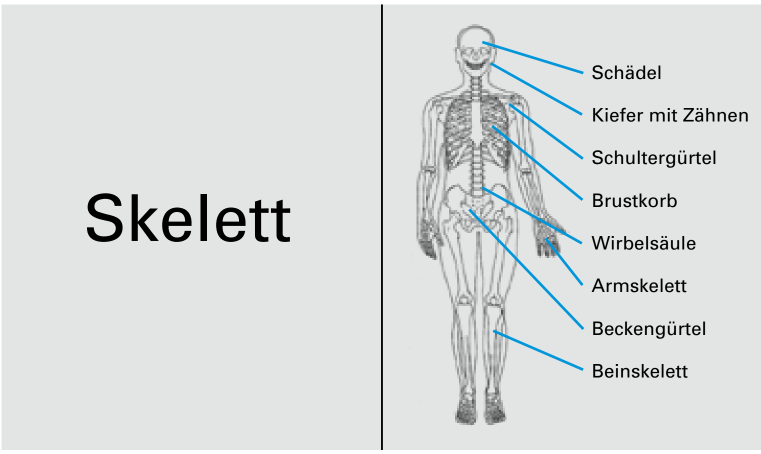


Abb. 3: Grundwissenskarte mit Visualisierung Biologie 5. Jahrgangsstufe

Um Grundwissensbegriffe mehrerer Unterrichtsstunden in Beziehung zu bringen, können Mind-Maps oder Concept-Maps eingesetzt werden.

Beides sind Darstellungen, bei denen Begriffe und Beziehungen strukturiert verknüpft werden, und die so zur **Vernetzung von Grundwissen** beitragen.[1]

1_Leisen, J.: **Methoden-Handbuch**. Varus, Bonn 2003

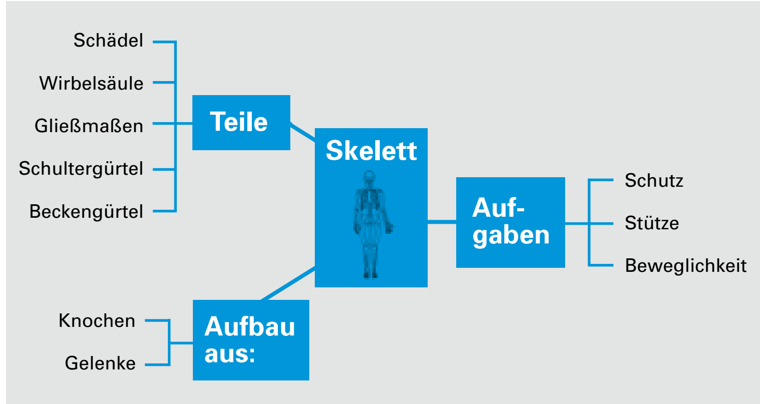


Abb. 4: Vernetzung von Grundwissen: Mind-Map Biologie 5. Jahrgangsstufe

Die Concept-Map – auch Begriffsnetz genannt – geht über die Mind-Map hinaus, indem zusätzlich das begriffliche Beziehungsgeflecht dargestellt wird.

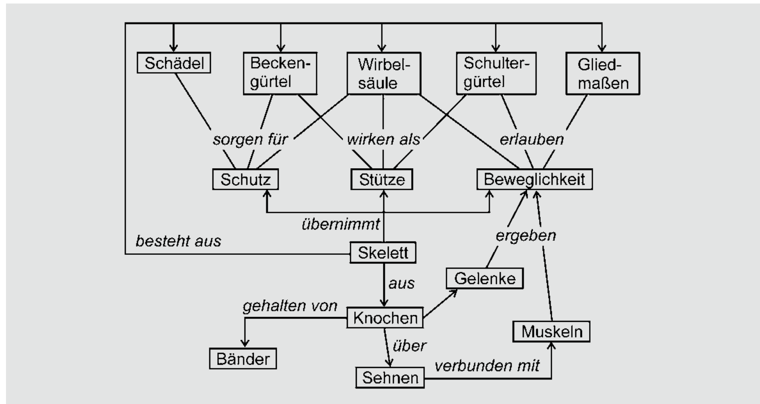


Abb. 5: Vernetzung von Grundwissen: Concept-Map Biologie 5. Jahrgangsstufe

Ziel des Aufbaus von Grundwissen ist, dieses bei den Lernenden über die verschiedenen Jahrgangsstufen hinweg zu verankern und ihnen zu helfen, dabei den Überblick nicht zu verlieren. Dazu wurden sowohl im Lehrplan als auch in den Bildungsstandards die **Basiskonzepte** festgelegt. Dabei handelt es sich um wesentliche biologische bzw. chemische Grundprinzipien, mit denen die Schülerinnen und Schüler Gelerntes neu gliedern, Einzelaspekte miteinander vernetzen und neue Sachverhalte selbständig erarbeiten und einordnen können. Damit wird ein immer dichteres Wissensnetz aufgebaut, das sich mit geringfügigen altersgemäßen Abwandlungen in allen Jahrgangsstufen anwenden lässt. Diese Basiskonzepte[2] lassen sich wie **rote Fäden** durch den Unterricht der verschiedenen Jahrgangsstufen ziehen.

2_Vgl. Beyer, I.: **NATURA Basiskonzepte Sekundarstufe I und II.** Klett, Stuttgart 2006

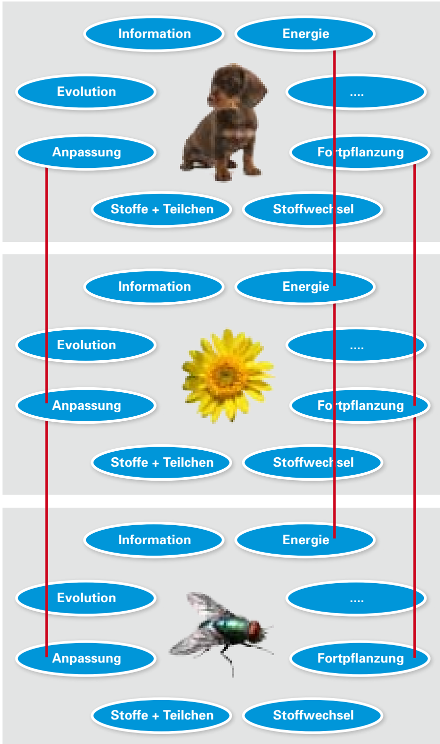


Abb. 6: Rote Fäden durch das Grundwissen: Basiskonzepte Biologie

Eines der im Lehrplan ausgewiesenen Basiskonzepte ist die Fähigkeit der Lebewesen zur Reproduktion, wobei sie Erbinformationen weitergeben. Dieses Konzept geht in den Jahrgangsstufen 5 und 6 einher mit der Unterscheidung von ungeschlechtlicher Vermehrung und geschlechtlicher Fortpflanzung am Beispiel der Wirbeltiere und Pflanzen. Als Grundprinzipien der geschlechtlichen Fortpflanzung sollen die Schülerinnen und Schüler die Zweigeschlechtlichkeit und die Bedeutung von Befruchtung, Bestäubung bzw. Begattung sowie die der Entwicklungsstadien kennen lernen. In Jahrgangsstufe 8 werden diese Grundprinzipien auf andere Tiergruppen, z. B. auf die Insekten, übertragen.

Zur Sicherung des diesbezüglichen Grundwissens eignet sich beispielsweise ein über die Jahrgangsstufen hinweg eingesetztes grafisches Grundmuster, wie die folgende Abbildung zeigt.

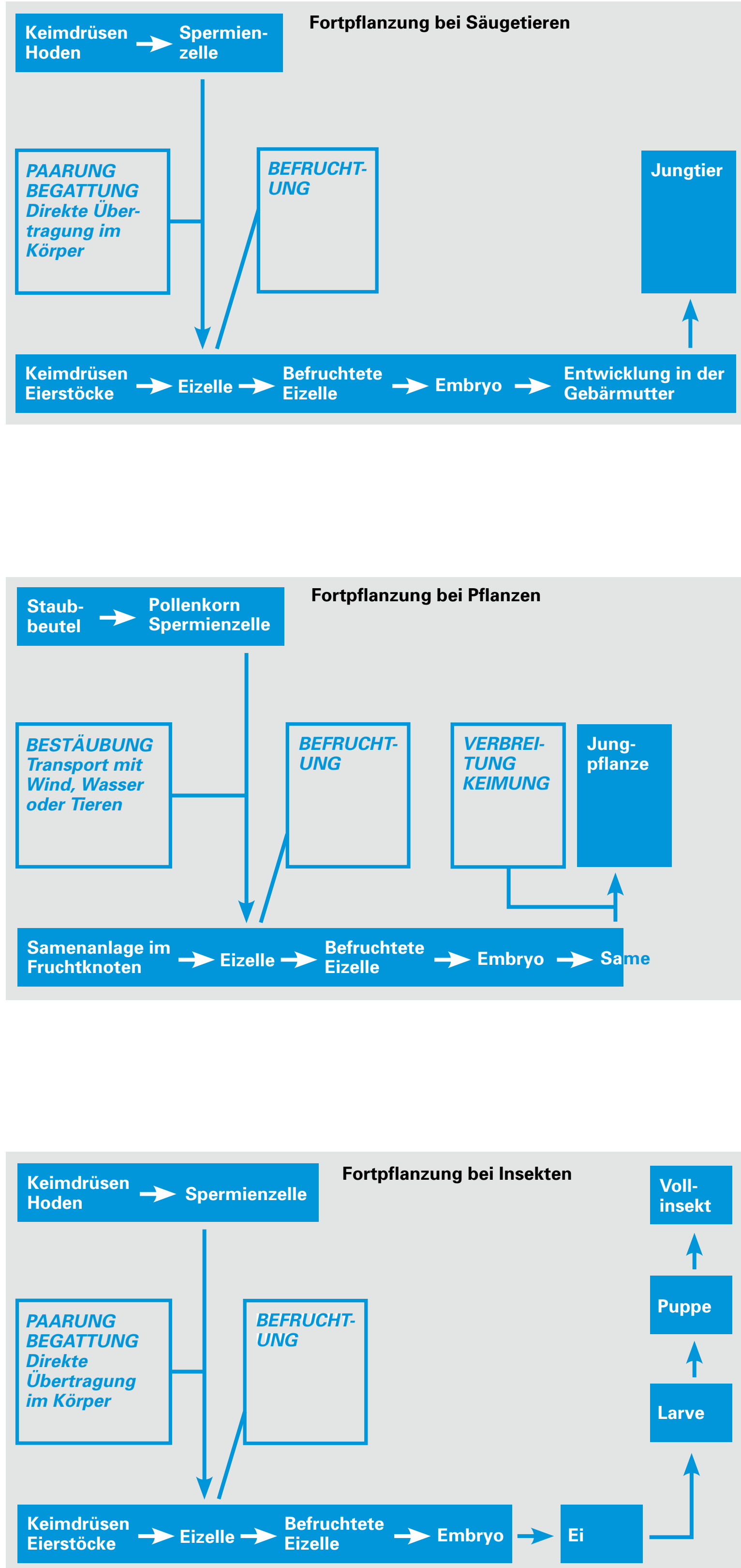


Abb. 7: Rote Fäden durch das Grundwissen Biologie: Basiskonzept Fortpflanzung

Einen Überblick über die Entwicklungsstufen vom Grundwissenskatalog zu den Basiskonzepten gibt folgende Abbildung:

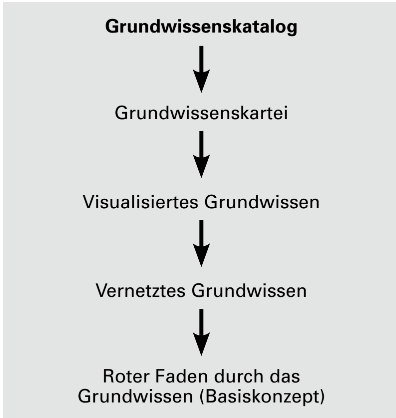


Abb. 8: Stufen der Entwicklung

Formen der Vermittlung und Festigung von Grundwissen

Ebenso wichtig wie die Festlegung der Grundwissensinhalte sind Überlegungen, auf welche Weise diese den Lernenden verfügbar gemacht und langfristig gesichert werden sollen. Nachfolgend wird eine Reihe von Möglichkeiten aufgezeigt, die in verschiedenen SINUS-Schulen erarbeitet und erprobt wurden.

→ **Grundwissensheft:** Im fortlaufenden Unterricht werden den Schülerinnen und Schülern die wichtigsten Begriffe angegeben, diese notieren sie in ihrem Grundwissensheft und formulieren eigenständig eine Definition. Am Ende einer Unterrichtseinheit werden die Begriffe im Unterricht nochmals besprochen, die Definitionen verglichen und gegebenenfalls korrigiert.

→ **Grundwissensordner:** Zu Beginn des Schuljahres erhalten die Lernenden die Liste mit Begriffen und Definitionen der vorangegangenen Jahre. Aktuelles Grundwissen wird jeweils im Ordner ergänzt und ggf. im Biologieheft farbig markiert.

→ **Grundwissenskartei:** Die Schülerinnen und Schüler erhalten entweder zu Beginn eine vollständige Kartei oder legen sich diese selbständig parallel zum Unterricht an. Auf der Kartenvorderseite steht der Begriff, auf der Rückseite die Definition.

→ **Partnerkärtchen:** Mit den Kärtchen der Grundwissenskartei fragen sich die Schülerinnen und Schüler paarweise ab.

→ **Grundwissen in elektronischer Form:** Das Grundwissen im jeweiligen Fach wird auf der Schul-Homepage zur Verfügung gestellt, so dass die Schülerinnen und Schüler jederzeit Zugriff darauf haben und Defizite ohne großen Aufwand und eigenständig ausgeglichen werden können. Zudem bietet diese Variante die Möglichkeit, ansprechende Grafiken oder sogar Animationen einzusetzen und über Links Vernetzungen herzustellen.

→ **Grundwissensaufgaben:** Das Grundwissen wird durch Fragen ergänzt, die nach jeder Unterrichtseinheit oder über eine gewisse Zeit hinweg zu bearbeiten sind.

→ **Lernplakate:** Zur Visualisierung der Grundwissensinhalte einer aktuellen Unterrichtssequenz werden Lernplakate erstellt, die im Klassenzimmer oder im Biologiesaal aufgehängt werden.

→ **Domino:** Mit Begriffen und Definitionen bzw. Abbildungen werden Kärtchen so gestaltet, dass die Schülerinnen und Schüler mit ihnen das bekannte Legespiel Domino spielen können.

→ **Spiele:** Neben so bekannten Spielen wie „Wer wird Millionär?“ oder „Der große Preis“ lassen sich viele weitere Spielideen zur Sicherung des Grundwissens umsetzen. Ein einfach zu realisierendes Beispiel ist die Grundwissens-Rallye. Zunächst werden thematisch verschiedenfarbige Kärtchen erstellt. Auf der Vorderseite steht das Thema, auf der Rückseite stehen ein Begriff und die dazugehörige Definition. Außerdem benötigt man ein Spielbrett mit verschiedenfarbigen Klebepunkten (entsprechend der Farben der Themenkärtchen), Spielfiguren und einen Würfel. Zieht ein Spieler seine Figur auf ein farbiges Feld, liest der Nachbar den Begriff vom entsprechenden Themenkärtchen vor. Der Spieler erklärt ihn. Ist die Antwort richtig, darf er seine Spielfigur drei Felder vorziehen, ist sie falsch, geht er drei Felder zurück.

→ **Rätsel:** Grundwissensbegriffe bilden die Basis für Wortsuchrätsel, Silbenrätsel, Kammrätsel oder Kreuzworträtsel (vgl. auch die Reihe „bio spielend lernen“, Klett, Stuttgart).

Überprüfung von Grundwissen

Wie die Unterrichtspraxis gezeigt hat, gewinnt die Arbeit mit dem Grundwissen bei den Schülerinnen und Schülern an Bedeutung, wenn es neben der ständigen Anwendung im Unterricht auch in die Lernzielkontrollen systematisch und regelmäßig eingebaut wird.

→ **Rechenschaftsablagen:** In den Rechenschaftsablagen sollte auf die Grundwissensinhalte sowohl der letzten als auch der weiter zurückliegenden Stunden eingegangen werden. Im letzten Fall eignen sich besonders die bereits beschriebenen Karteikärtchen.

→ **Schriftliche Leistungserhebungen:** Vergleichbar mit den mündlichen Leistungserhebungen sollten auch in Stegreifaufgaben, Kurzarbeiten und Schulaufgaben zurückliegende Grundwissensinhalte gefordert werden. In diesem Zusammenhang ist ebenso an Jahrgangsstufentests zu denken, wie sie das ISB für das Fach Natur und Technik in der 6. Jahrgangsstufe anbietet. Ein solcher Test – am Ende der 10. Jahrgangsstufe durchgeführt – könnte Schülern und Lehrern Aufschluss darüber geben, was in der bisherigen Schulzeit in den Fächern Biologie und Chemie langfristig angelegt und erreicht wurde.

Wissen auf unterschiedlichen Verständnisebenen entwickeln

Von Franz Anneser und Rolf Herold

In der blauen Schachtel liegen vier Hölzer mehr als in der orangen.

x	5	6	7	8	9	10
y	1	2	3	4	5	6

$x = y + 4$

Die Repräsentationsebenen nach J. S. Bruner

Jerome Bruner[1] entwickelte in den 60er Jahren des 20. Jahrhunderts ein Modell der kognitiven Entwicklung, das mittlerweile von der Hirnforschung weitgehend bestätigt wurde und in seinem konstruktivistischen Verständnis des Lernens als grundlegend für das SINUS-Programm betrachtet werden kann: Lernen ist nach Bruner ein aktiver Prozess. Fortschritte in der Intelligenzentwicklung können sich nur durch eine Auseinandersetzung mit der Umwelt vollziehen. Das Kind sammelt dabei Erfahrungen, die es mit bereits vorhandenen Kenntnissen in Beziehung setzen und abspeichern muss. Wie das Kind die Welt sieht, ändert sich im Lauf seiner Entwicklung, es wird dabei zunehmend weniger von Außenanreizen abhängig. Das Wissen entwickelt sich nach Bruner auf verschiedenen Repräsentationsebenen:

→ **Enaktive Ebene:** Das Wissen ist an Aktivitäten mit konkreten Gegenständen gebunden.
→ **Ikonische Ebene:** Das Wissen ist an bildliche Vorstellungen gebunden. Es kann jedoch ohne die Ausführung konkreter Handlungen abgerufen werden.
→ **Symbolische Ebene:** Das Wissen ist nicht mehr an bildliche Vorstellungen gebunden.

1_Bruner, J. S.: **Der Prozess der Erziehung**. Berlin 1970; (Originalausgabe: The Process of Education, 1960)

Kumulatives Lernen im Sinne des Spiralprinzips

Bruners Erkenntnisse bedeuten für das Fach Mathematik, dass der Einstieg in einen Themenbereich nicht aufgeschoben werden darf bis eine endgültige und abschließende Behandlung (in der Regel auf der symbolischen Ebene) möglich erscheint, sondern bereits auf früheren Stufen erfolgen soll. Natürlich muss dabei darauf geachtet werden, dass ein Ausbau auf höherem Niveau möglich ist. Die intellektuelle Entwicklung der Kinder erfolgt über mehrere Jahre von einer Ebene zur nächsten. Dabei löst eine Repräsentationsebene allmählich die vorangehende ab, ohne sie ganz überflüssig zu machen. Diese wiederholte Auseinandersetzung mit einer Thematik auf verschiedenen Ebenen mit zunehmenden Abstraktionsgraden wird häufig als „Spiralprinzip" bezeichnet und findet ihren Niederschlag in vielen neueren Lehrplänen.

Beispiel[2]:
Terme mit Variablen müssen behutsam eingeführt und über Jahre auf den verschiedenen Ebenen behandelt werden, um die Schülerinnen und Schüler letztendlich in die Lage zu bringen, auf abstrakter Ebene souverän mit ihnen umzugehen.

Die Säckchen enthalten Murmeln und zwar jeweils gleich viele. Drei Murmeln liegen außerhalb.

Zehnjährige benötigen durchaus noch den Umgang oder zumindest die visuelle Verknüpfung mit Säckchen und Murmeln, um später mit dem entsprechenden Term 2x + 3 umgehen zu können. Bei 14jährigen ist die enaktive Ebene mit dem Verpacken von Murmeln vollständig durch die symbolische Ebene ersetzbar. Für ein klares und unerschütterliches Verständnis entsprechender Termkonstruktionen muss jedoch die aktive und geduldige Auseinandersetzung mit Murmelsäckchen oder z. B. Hölzchenboxen vorausgegangen sein.
In didaktisch schwierigen Situationen kann ein Rückgriff auf die enaktive oder ikonische Ebene für das Verständnis hilfreich sein.

2_Nach: **Das Zahlenbuch 5**. Klett und Balmer, Zug 1999

Verständnis fördern durch das Nebeneinander unterschiedlicher Repräsentationsebenen

Die im Einstiegsbild S. 51 ausschnittsweise dargestellte Lernumgebung „Knack die Box" aus mathbu.ch 7[3], bei der es um die Ermittlung der möglichen Belegungen geht, spricht alle Repräsentationsebenen nach Bruner an:

→ Enaktive Repräsentation: In einer ersten Phase suchen die Schülerinnen und Schüler anhand von konkretem Material nach Lösungen von Gleichungen: Wie viele Hölzchen liegen in den blauen, wie viele in den roten Boxen, wenn auf beiden Seiten gleich viele Hölzchen liegen sollen?

→ Ikonische Repräsentation: Viele Schülerinnen und Schüler benötigen das konkrete Material bald nicht mehr, sondern arbeiten ausschließlich mit Zeichnungen. Dabei stehen rote und blaue Rechtecke für die Boxen und Striche für die Hölzchen, die außen liegen.

→ Symbolische Repräsentation: Mit Worten wird die Boxensituation so erklärt, dass ein anderer die Situation nachbauen könnte. In einem weiteren Schritt steht für die Anzahl der Hölzchen in der blauen Box die Variable x, für die Anzahl in der roten die Variable y. Die Wertetabelle endlich repräsentiert die Lösung des Problems.

Dabei ist wesentlich, dass in allen Repräsentationsebenen die „Platzhalter" (Säckchen, Boxen, Rechtecke, Buchstaben) für die Anzahl der enthaltenen Objekte stehen.

Durch das Nebeneinander der verschiedenen Repräsentationsebenen wird ein grundlegendes Verständnis für den Variablenbegriff und Gleichungen gelegt und funktionales Denken vorbereitet. Lernumgebungen wie „Knack die Box" werden von den Schülerinnen und Schülern als leicht empfunden. Der Grund dafür liegt in der gleichzeitigen Verwendung verschiedener Repräsentationsebenen. Im Übungsteil werden sie dazu angehalten, von einer Ebene in die andere umzuschalten. Sie stellen dabei fest, dass es leichter ist, aus der Boxensituation eine Wertetabelle zu entwickeln als z. B. aus einer Wertetabelle eine Gleichung. Aber nach einiger Zeit schaffen die meisten Schülerinnen und Schüler auch diesen Schritt fast

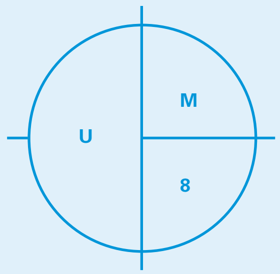
3_**mathbu.ch 7**. Klett und Balmer, Zug, 2002

mühelos. Die Funktionsgleichung wird dann als einfachste und übersichtlichste Darstellungsform einer Funktion wahrgenommen, deren konkrete Bedeutung deutlich ist.
Mit einem Unterricht, in dem die verschiedenen Repräsentationsebenen beachtet werden, wird zwangsläufig auch Rücksicht auf die verschiedenen Lerntypen genommen. Sie finden den für sie passenden Zugang zum jeweiligen Stoffgebiet.

Problemstellungen, die eine Bearbeitung auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen zulassen, sollten Bestandteil einer neuen Unterrichtskultur sein. Den Lernenden werden dadurch individuelle Zugänge und verschiedene Lösungsstrategien ermöglicht. Mit zunehmender Reife und Übung werden sie von selbst am liebsten auf der Ebene arbeiten, die mit den wenigsten Mühen verbunden ist. Die Mathematik wird dann mit ihren Hilfsmitteln als Erleichterung und nicht als Hürde für die Lösung wahrgenommen.

Beispiel[4]**:**
Petra verteilt Haselnüsse. Ulrike erhält die Hälfte der Haselnüsse, Matthias die Hälfte des Rests und für Petra bleiben noch 8 Haselnüsse. Wie viele Haselnüsse hatte sie am Anfang?

Informative Figur



Tabelle, systematisches Probieren

	1. V	2. V	3. V	
Gedachte Anzahl	20	28	32	x
Anzahl U	10	14	16	0,5 x
Anzahl M	5	7	8	0,25 x
übrig	5	7	8	
Soll	8	8	8	8
	f	f	r	

Gleichung

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 8 = x$

Mit den vorgeschlagenen Lösungsstrategien werden unterschiedliche Repräsentationsebenen angesprochen. Ein Schüler, dem die Möglichkeit eines Wechsels zwischen diesen Ebenen bewusst ist, und der sich frei für eine der Ebenen entscheiden kann, wird die Aufgabe lösen können.

4_Aus dem **Jahrgangsstufentest** 2005, 8. Jahrgangstufe, Realschule Bayern

Unterrichtsbeispiele

Im Folgenden wird anhand einiger weiterer Beispiele dargestellt, wie die unterschiedlichen Repräsentationsebenen im Mathematikunterricht berücksichtigt werden können.

Gleichungen

Bereits in der Grundschule können relativ komplexe Gleichungen aufgestellt und gelöst werden, wenn man auf formale Darstellungsformen verzichtet. Auf das dabei gefundene Handlungsmuster, nämlich die Strategie „Rückwärtsarbeiten", sollte bis in die 8. Jahrgangsstufe immer wieder zurückgegriffen werden. Die folgende visuelle Darstellung[5] eignet sich schon ab dem 4. Grundschuljahr.

Beispiel 1:
→ **Sprachliche Darstellung** (symbolische Ebene):
„Ich denke mir eine Zahl, multipliziere sie mit 2, addiere 18, dividiere das Ergebnis durch 3 und erhalte 20. Wie heißt die Zahl?"
→ **Visuelle Darstellung** (ikonische Ebene):
Die gesuchte Zahl und die Zwischenergebnisse werden auf die Rückseite eines Papierblattes geschrieben und damit das Rätsel an der Tafel visualisiert.

$\square \xrightarrow{\cdot 2} \square \xrightarrow{+18} \square \xrightarrow{:3} \boxed{20}$

→ **Formale Darstellung** (symbolische Ebene):
(x · 2 + 18) : 3 = 20

Beispiel 2:
→ **Formale Darstellung** (symbolische Ebene)
(44 - x) · 3 = 117

→ **Visuelle Darstellung** (ikonische Ebene)

$\square \xrightarrow{\text{Vorzeichen-wechsel}} \square \xrightarrow{+44} \square \xrightarrow{\cdot 3} \boxed{117}$

Bruchvorstellung

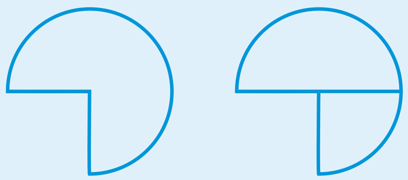
Um bei der Einführung der Bruchrechnung ein grundlegendes Verständnis zu erreichen, muss ein großer Teil der zur Verfügung stehenden Zeit für die enaktive und ikonische Ebene verwendet werden. Die Kinder sollten Brüche z. B. als Kreisteile legen, im Rechtecksmodell vergleichen, addieren und subtrahieren. Erst wenn ihnen die zeichnerischen Lösungen zu umständlich und zu aufwändig werden, ist die Zeit gekommen, auf symbolischer Ebene zu arbei-

5_**Das Zahlenbuch 4.** Lehrerband S. 184, Ernst Klett Grundschulverlag, Leipzig 2003 ten, das heißt die entsprechenden Rechenregeln zu formulieren und anzuwenden. Diese ergeben sich als Folge des bereits gewonnenen Verständnisses und sind nicht Ausgangspunkt des Unterrichts.

Beispiele für entsprechende Aufträge:

➔ Nimm zwei Bruchteile (als **Kreissektoren** dargestellt) und lege damit einen neuen Bruchteil eines Kreises. Beschreibe ihn.

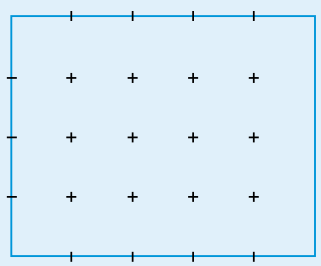
➔ Ein Halbes und ein Viertel sind gleich groß wie drei Viertel. Stelle möglichst viele Beispiele zusammen!



➔ Lege aus den Kreisteilen auf unterschiedliche Weise zwei Ganze. Lege auch 3 Ganze und 4 Ganze. Notiere deine Ergebnisse.

➔ Ich erhalte zwei Ganze, wenn ich ....

➔ Löse die Aufgabe $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} =$ mithilfe des Rechteckmodells:



Vorgehen: Kennzeichne farbig ein Viertel und in einer anderen Farbe ein Fünftel des Rechteckes. Was fällt dir auf? Mit ein wenig Nachdenken kannst du jetzt die Lösung der Aufgabe angeben.

Das Rechtecksmodell ist auch sehr geeignet, um die Multiplikation von Brüchen zu veranschaulichen.

Multiplikation

Schülerinnen und Schüler, die aus der Grundschule kommen, können zwar zu diesem Zeitpunkt Multiplikationsaufgaben bereits auf symbolischer Ebene bearbeiten, haben aber die Multiplikation noch lange nicht in all ihren Facetten erfasst und sicher verankert. Viele

typische Fehler und Schwächen können auf diese Ursache zurück geführt werden. Ein sicheres Verständnis der Multiplikation ist eines der Hauptziele des Mathematikunterrichts bis zur 9. Jahrgangsstufe. Je schneller dieses erreicht wird, desto effizienter wird der Unterricht.

Im Folgenden werden zwei Möglichkeiten der Behandlung von Multiplikationsaufgaben auf ikonischer Ebene vorgestellt:

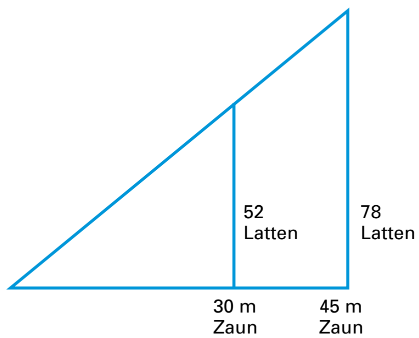
Flächenaspekt

➔ Der **Flächenaspekt** der Multiplikation, Arbeiten mit Multiplikationstabellen: Die Multiplikation zweier positiver Zahlen lässt sich immer als Berechnung einer Fläche interpretieren. Dieser Aspekt der Multiplikation fließt (teilweise in übertragenem Sinn) beim Arbeiten mit Multiplikationstabellen ein und ermöglicht über die Jahrgangsstufen hinweg bis hin zum Multiplizieren von Termen eine visuelle Darstellung von Produkten. Der Flächenaspekt der Multiplikation wird auf S. 20 ff ausführlich darstellt.

Vergrößerungsaspekt

➔ Der **Vergrößerungsaspekt** der Multiplikation, Arbeiten mit Treppenskizzen

Üblicherweise erhält erst bei der Behandlung der zentrischen Streckung in der 9. Jahrgangsstufe ein Aspekt der Multiplikation einen geometrischen Bezug, der schon viel früher wichtig wäre.



Mit so genannten „Treppenskizzen“ wird der Vergrößerungsaspekt der Multiplikation deutlich. Treppenskizzen lassen sich immer dann zur visuellen Darstellung einsetzen, wenn eine direkte Proportionalität den Hintergrund bildet, z. B. beim Kürzen von Brüchen, beim Umrechnen zwischen maßstäblichen Vergrößerungen oder Verkleinerungen, beim Auswerten von Hochrechnungen, beim Erstellen von Kreisdiagrammen, beim Prozentrechnen, bei Geradensteigungen, bei der zentrischen Streckung und bei Steigung und Tangens.

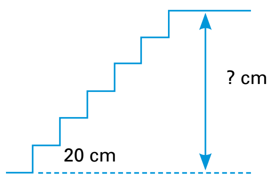
Die hier vorgestellte Auswahl von Einsatzmöglichkeiten von „Treppenskizzen“ soll ein wenig Mut dazu machen, den Wechsel von der abstrakten Aufgabenstellung auf eine sehr anschauliche Verständnisebene immer wieder einmal anzubieten.

Ausgangspunkt einer Unterrichtssequenz zum Thema **Dreisatz** war folgender Auftrag:

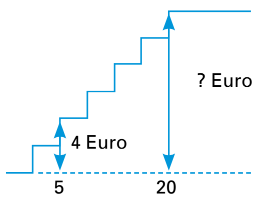
> Bestimme mit dem Geodreieck, wie hoch das erste Geschoss im Schulhaus über dem Erdgeschoss liegt.

Die Schülerinnen und Schüler stürmten aus dem Klassenzimmer und schon nach kurzer Zeit kamen die ersten mit einem brauchbaren Ergebnis zurück. Etliche hatten einfach die Höhe einer Treppenstufe gemessen und mit der Anzahl der Stufen multipliziert.

Bei der Veranschaulichung im anschließenden Gespräch entstand die Treppenskizze:



Es fiel den Schülerinnen und Schülern dann auch eine Aufgabenstellung zum Dreisatz leicht, nämlich aus einer gegebenen Höhe von 5 Stufen auf die gesamte Treppenhöhe zu schließen. Man musste eben zuerst auf eine Treppenstufe zurückrechnen.
Dann konnte von der „Treppe“ zur Verallgemeinerung übergegangen werden, wie bei Sachaufgaben wie: „5 Äpfel kosten 1,50 Euro, wie viel kosten 20 Äpfel?“ vorkommt.

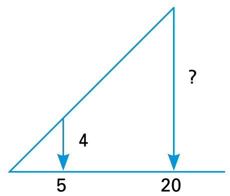


Wie der Kommentar eines Schülers (8. jahrgangsstufe) zeigt, kann diese Art der Skizze auch Schülerinnen und Schülern in höheren Jahrgangsstufen viel helfen.

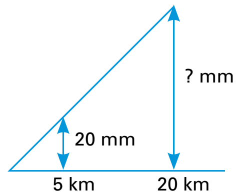
Die Treppenskizze eignet sich hervorragend für solche Aufgaben, denn nach meiner Empfindung ist es anschaulicher als eine einfach hinge-schriebene Aufgabe. Bei einer Treppenskizze kann man sich die Aufgaben viel besser vorstellen.

An dieser Stelle daher als Anregung noch einige Einsatzbeispiele für „Treppenskizzen“:

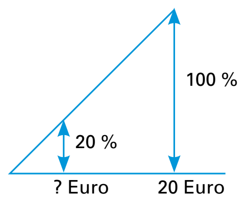
→ Erweitere $\frac{4}{5}$ auf Zwanzigstel



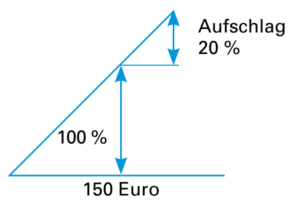
→ Maßstäbliches Zeichnen



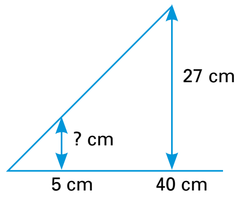
→ Prozentwerte



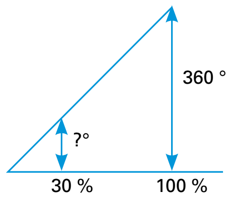
→ Vermehrter Grundwert



➔ Vierstreckensatz (Strahlensatz)



➔ Kreisdiagramm



In allen Fällen spielt die „Höhe einer Stufe“, die in der 5. Klasse konkret gemessen wird, eine wichtige Rolle und natürlich die Tatsache, dass eine „vernünftige“, das heißt lineare Treppe überall gleich hohe Stufen hat.

Beim Arbeiten mit Treppenskizzen erfolgen bereits in den Jahrgangsstufen 5 und 6 Vorbereitungen für die spätere Behandlung der Themenbereiche „lineare Funktionen“ und „zentrische Streckung“ und bei der Behandlung dieser Themen können Treppenskizzen dann gewinnbringend wieder aufgegriffen werden. Es werden somit über die Jahrgangsstufen hinweg Zusammenhänge zwischen Themenbereichen herausgestellt, die für die Schülerinnen und Schüler nicht offensichtlich sind.

Eigenverantwortung stärken

Von Ludwig Ganserer und Sieglinde Waasmaier

Ansätze dialogischen Lernens

Im Kapitel „Eigenverantwortliches Lernen“ der Broschüre „Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“[1] wurde bereits ausführlich auf das Arbeiten mit **Lerntagebüchern** und die positiven Erfahrungen damit eingegangen. Viele Lehrkräfte an Hauptschulen waren jedoch skeptisch, ob diese Arbeitsform auch in ihrer Schulart erfolgreich eingesetzt werden kann. Der Grund für die Bedenken liegt vor allem in der Tatsache, dass Schülerinnen und Schüler an der Hauptschule vielfach über geringere Sprachkenntnisse als Gleichaltrige an anderen Schularten verfügen und manchmal sogar Probleme mit dem Lesen haben. Wenn von ihnen verlangt wird, ihre Gedanken, Ideen und Erkenntnisse bei der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten schriftlich auszudrücken, sind sie möglicherweise überfordert. Damit geht eine Ablehnungshaltung einher, zumal sich gerade Lernende mit Lese-

siehe auch S. 66 ff

1_Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus: **Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts – Erfahrungsbericht zum BLK-Programm SINUS in Bayern,** München 2002

und Schreibschwächen durch bloßes Rechnen im Fach Mathematik Erfolg und damit Selbstbestätigung erhoffen.

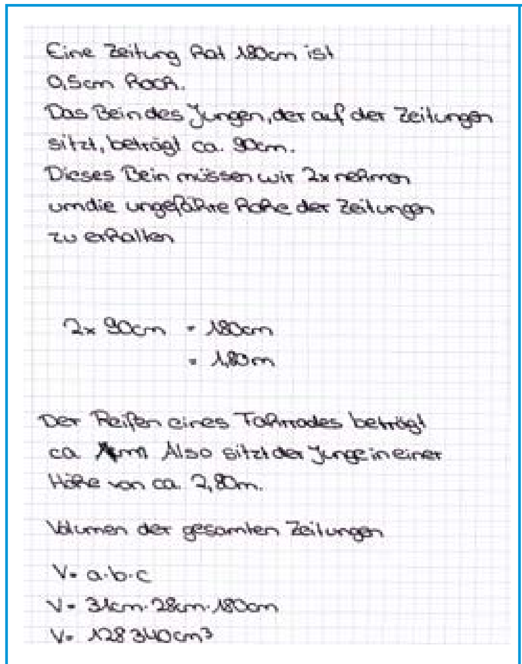
Es hat sich jedoch gezeigt, dass es trotz dieser Schwierigkeiten auch an Hauptschulen möglich und sogar sehr gewinnbringend ist, das schriftliche Verbalisieren im Fach Mathematik stärker in den Vordergrund zu rücken. Durch regelmäßiges Training können die Schülerinnen und Schüler durchaus in die Lage gebracht werden, ihre Gedankengänge schriftlich festzuhalten, und sie erkennen in der Regel bald die Vorteile für ihre Lernprozesse. Das Schreiben von Texten ist dann aus dem Mathematikunterricht nicht mehr wegzudenken. Gerade leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern mit geringem Selbstbewusstsein fällt es damit viel leichter, eigene Lösungsansätze zu entwickeln. Sie müssen ihre evtl. fehlerhaften Gedankengänge nicht laut in der Klasse vortragen, sondern können sie zunächst allein in ihr Heft schreiben. Dadurch, dass die Aufzeichnungen regelmäßig von der Lehrkraft durchgesehen und kommentiert werden, erhalten sie individuelle Rückmeldung. Dies macht den Lernerfolg transparent und wirkt sich positiv auf das Selbstbewusstsein aus.

Als Einstieg ist beispielsweise das **Arbeiten mit Texten** ohne vorgegebene Aufgabenstellung geeignet. Die Schülerinnen und Schüler müssen dazu passende Aufgaben finden, diese zusammen mit einem Partner oder in Gruppen bearbeiten und anschließend ihre Ergebnisse in der Klasse vorstellen.

Sehr positive Erfahrungen wurden auch mit dem **Einsatz von Bildern oder Fotos** gemacht, die zu Rechenfragen anregen. Die Lernenden beschreiben dabei zunächst, was sie auf dem Bild sehen, was sie wissen und was sie vermuten. Anschließend formulieren sie Fragestellungen und erarbeiten Lösungen. Alle Überlegungen werden schriftlich festgehalten. Bei der Besprechung im Klassenverband oder beispielsweise in Form einer Expertenrunde werden die vielfältigen Ideen zusammengeführt. Jeder Gedanke, jede Anregung und jeder Versuch, Fragestellungen und Lösungsideen zu finden, bedürfen der Anerkennung durch die Lehrkraft. Für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler ist anfangs ein Plakat mit Satzanfängen, die bei Bildbeschreibungen genutzt werden können, eine wertvolle Hilfe.

Beispiel:

In einer neunten Klasse bearbeiteten die Schülerinnen und Schüler die Aufgabe „Zeitung lesen unter erschwerten Bedingungen…“.[2] Den Lerngruppen wurde nur das Bild (ohne Titel und Fragen) vorgelegt. Hier zwei Auszüge aus Folien, die in den Gruppen erstellt wurden:



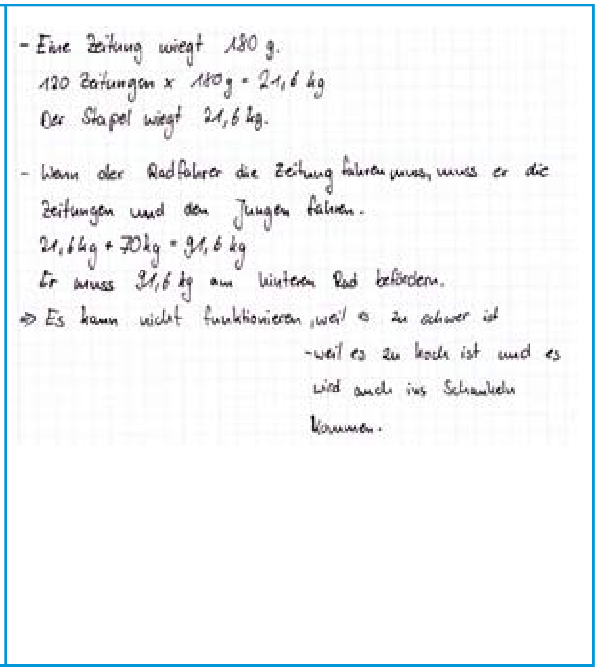
Eine Zeitung hat 180cm ist
0,5cm hoch.
Das Bein des Jungen, der auf der Zeitungen
sitzt, beträgt ca. 90cm.
Dieses Bein müssen wir 2x nehmen
um die ungefähre Höhe der Zeitungen
zu erhalten

2x 90cm = 180cm
= 1,80m

Der Reifen eines Fahrrades beträgt
ca. 1m. Also sitzt der Junge in einer
Höhe von ca. 2,80m.

Volumen der gesamten Zeitungen

V= a·b·c
V= 31cm·28cm·180cm
V= 128 340cm3



- Eine Zeitung wiegt 180 g.
120 Zeitungen x 180 g = 21,6 kg
Der Stapel wiegt 21,6 kg.

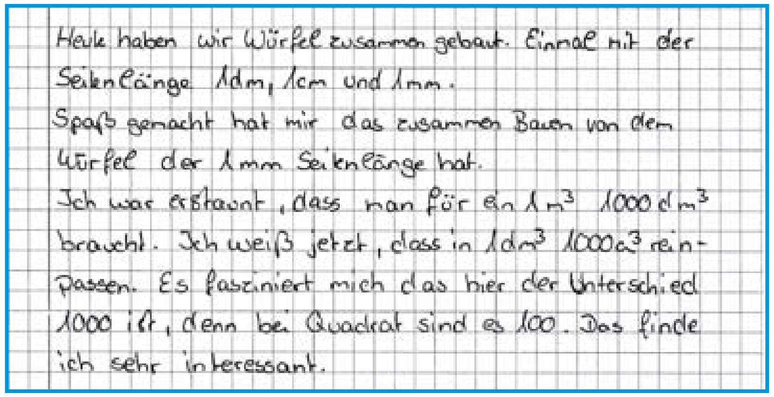
- Wenn der Radfahrer die Zeitung fahren muss, muss er die
Zeitungen und den Jungen fahren.
21,6 kg + 70 kg = 91,6 kg
Er muss 91,6 kg am hinteren Rad befördern.

⇒ Es kann nicht funktionieren, weil es zu schwer ist
-weil es zu hoch ist und es
wird auch ins Schaukeln
kommen.

Eine weitere Möglichkeit, Hauptschülerinnen und -schüler an das Verbalisieren im Fach Mathematik heranzuführen, besteht darin, am Ende einer Unterrichtsstunde **schriftliche Zusammenfassungen** anfertigen zu lassen. Die Jugendlichen werden dadurch angehalten, ihren eigenen Lernprozess zu reflektieren, und können ihren Lernfortschritt erkennen.

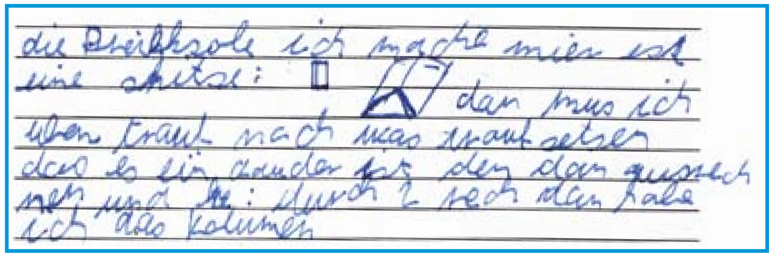
Die Abbildung zeigt die Zusammenfassung einer Schülerin zur Mathematikstunde „Einführung in Raummaße“.
Die Schülertexte werden von der Lehrkraft regelmäßig durchgesehen. Dabei wird auf die Korrektur von Rechtschreib-, Grammatik- und Satzbaufehlern verzichtet. Diese Toleranz gegenüber Fehlern fällt – insbesondere bei Schülerinnen und Schülern mit großen sprachlichen Defiziten – anfangs schwer.

2_Herget, W.; u. a.: **Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I.** Cornelsen; Berlin 2001



Heute haben wir Würfel zusammen gebaut. Einmal mit der
Seitenlänge 1dm, 1cm und 1mm.
Spaß gemacht hat mir das zusammen Bauen von dem
Würfel der 1mm Seitenlänge hat.
Ich war erstaunt, dass man für ein 1m³ 1000dm³
braucht. Ich weiß jetzt, dass in 1dm³ 1000cm³ reinpassen. Es fasziniert mich das hier der Unterschied
1000 ist, denn bei Quadrat sind es 100. Das finde
ich sehr interessant.

Der folgende Ausschnitt, in dem ein Legastheniker seine Vorgehensweise bei der Berechnung des Volumens einer Dreieckssäule beschreibt, macht dies vielleicht deutlich:



„Die Dreiecksäule: Ich mache mir eine Skizze. Dann muss ich oben drauf noch etwas setzen, dass es einen Quader ergibt (zum Quader ergänzen). Den dann ausrechnen und durch 2 teilen. Dann habe ich das Volumen.“

Es geht bei der „Korrektur“ der Schülerarbeiten vorrangig darum, wertvolle Gedankengänge zu erkennen und den persönlichen Lernerfolg jeder einzelnen Schülerin und jedes einzelnen Schülers festzustellen. Sprachliche Fehler sind daher zweitrangig. Der Weg des Lernenden zum Ergebnis und die Ursachen für Fehler, die auf diesem Weg gemacht werden, werden zum interessantesten Aspekt der täglichen Unterrichtsarbeit. In einer Bemerkung am Ende des Eintrags nimmt die Lehrkraft Stellung und zeigt den Jugendlichen damit ihr Interesse für das Denken und Lernen jedes Einzelnen. So begleitet und unterstützt sie die Schülerinnen und Schüler individuell auf ihrem Weg des Lernens.

Vielfach ist von Lehrkräften zu hören, dass so ein Unterricht aus Zeitgründen kaum machbar sei. Wer jedoch nach anfänglichen Schwierigkeiten beobachtet, mit welcher Konzentration und Ausdauer gerade auch Leistungsschwächere ihre Gedanken zu Papier bringen, verliert seine Zweifel. Wenn sich Schülerinnen und Schüler intensiv mit einer Sache auseinandersetzen, werden sie diesen Sachverhalt so schnell nicht wieder vergessen.

Von Margit Felscher

Reflexion des Lernfortschritts mit dem Mathetagebuch

In der Veröffentlichung „Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“[1] wurde in Zusammenhang mit der Förderung eigenverantwortlichen Lernens bereits ausführlich auf das Arbeiten mit Lerntagebüchern eingegangen. Daher werden die wichtigsten Vorzüge dieser Arbeitsform hier nur kurz zusammengestellt:

➔ Förderung des eigenverantwortlichen und selbst gesteuerten Lernens

➔ Unterstützung einer persönlichen Auseinandersetzung mit dem Lernstoff und eines individuellen Ablaufs von Lernprozessen

➔ Förderung der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit und der Argumentationsfähigkeit

➔ Ermöglichung eines Dialogs zwischen jedem Lernenden und der Lehrkraft (dialogisches Lernen)

Im Folgenden wird ein erweitertes Konzept zum Einsatz eines Lerntagebuchs im Mathematikunterricht (hier kurz: „Mathetagebuch“) beschrieben, bei dem neben den oben genannten Aspekten auch

➔ das regelmäßige Reflektieren des behandelten Stoffes und der eigenen Lernprozesse

sowie

➔ das Lernen aus Fehlern

im Blickpunkt stehen.

1_Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus: **Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts – Erfahrungsbericht zum BLK-Programm SINUS in Bayern**, München 2002

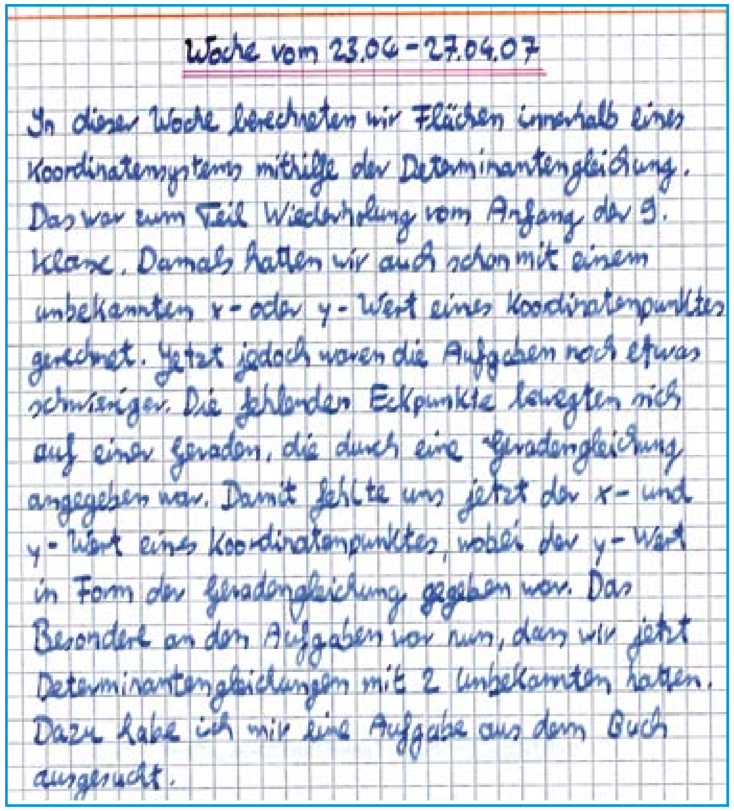
SINUS Bayern EIGENVERANTWORTUNG STÄRKEN

Einsatz des Mathetagebuchs

Im Mathetagebuch sind drei verschiedene Arten von Einträgen vorgesehen: Wochenrückblicke, Analyse von Prüfungsarbeiten und Bearbeitung von Aufträgen.

Wochenrückblicke

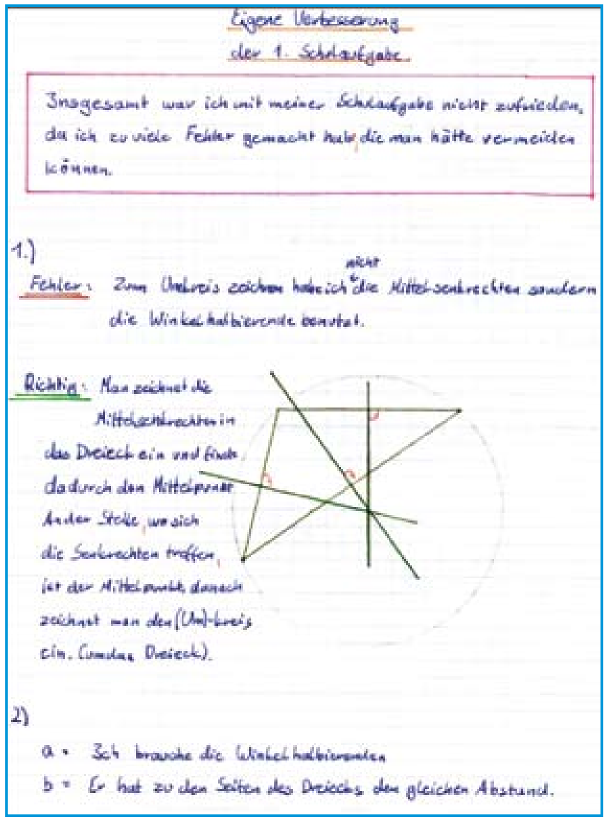
Die Schüler sollen wöchentlich zu Hause einen Eintrag in eigenen Worten anfertigen. Sie besinnen sich dabei, was neu gelernt wurde, was Schwierigkeiten machte, wo das Gelernte anwendbar ist, was von schon eingeführten Lerninhalten nicht mehr sicher abrufbar war usw.
Kurz: die neuen Lerninhalte und die individuellen Lernprozesse werden bewusst reflektiert. Besonderes Engagement können die Schüler zeigen, indem sie z. B. Zusatzinformationen aus dem Internet oder aus der Zeitung sammeln, eigene Beispiele und neue Aufgaben finden.


Woche vom 23.04-27.04.07

In dieser Woche berechneten wir Flächen innerhalb eines Koordinatensystems mithilfe der Determinantengleichung. Das war zum Teil Wiederholung vom Anfang der 9. Klasse. Damals hatten wir auch schon mit einem unbekannten x- oder y-Wert eines Koordinatenpunktes gerechnet. Jetzt jedoch waren die Aufgaben noch etwas schwieriger. Die fehlenden Eckpunkte bewegten sich auf einer Geraden, die durch eine Geradengleichung angegeben war. Damit fehlte uns jetzt der x- und y-Wert eines Koordinatenpunktes, wobei der y-Wert in Form der Geradengleichung gegeben war. Das Besondere an den Aufgaben war nun, dass wir jetzt Determinantengleichungen mit 2 Unbekannten hatten. Dazu habe ich mir eine Aufgabe aus dem Buch ausgesucht.

Analyse von Prüfungsarbeiten

Nach der Besprechung von Mathematikschulaufgaben und Jahrgangsstufentests im Unterricht und der Ausgabe einer Musterlösung müssen die Schüler ihre eigene Arbeit innerhalb einer Woche zu Hause im Mathetagebuch analysieren. Sie sind angehalten, die einzelnen Aufgaben durchzugehen und nachzuforschen, wo sie Fehler gemacht haben und welcher Art die Fehler sind. Sie sollen feststellen, wo noch Mängel vorhanden sind, die eventuell selbständig oder unter Mitwirkung der Lehrkraft behoben werden können.



Bearbeitung von Aufträgen

Wie bei Lerntagebüchern üblich, wird das Mathetagebuch auch zur selbständigen Bearbeitung von Aufträgen im Mathematikunterricht eingesetzt. Dabei kommt es nicht darauf an, möglichst weit zu kommen. Vielmehr spielen die Erläuterungen, die zur Aufgabenlösung geschrieben werden, eine wichtige Rolle. Lernende, die allein nicht weiter kommen, können ohne Arbeitsmaterial an einem Beratungstisch ein kurzes Gespräch mit Mitschülerinnen und Mitschülern führen. In ihrem Tagebucheintrag vermerken sie, wo sie Hilfe gesucht haben.
Das Tagebuch soll individuell und ordentlich geführt werden und kann darüber hinaus liebevoll und kreativ gestaltet werden. Es soll keineswegs ein abgeschriebenes Stoffheft und noch weniger ein Gemeinschaftswerk mit Freunden, Nachhilfelehrern, Müttern, Vätern, Geschwistern und sonstigen Verwandten sein.
Die Eltern werden gebeten, das selbständige Arbeiten ihrer Kinder zu unterstützen. Sie sollen Interesse an der Arbeit ihrer Kinder im Lerntagebuch zeigen, aber nicht durch ständiges Mahnen oder Mitwirken ungewollt die Unselbständigkeit ihrer Kinder fördern. Zum Lernprozess gehört auch, dass die Kinder selbst die Konsequenzen tragen, wenn sie etwas nicht ordentlich, regelmäßig und rechtzeitig erledigt haben, oder wenn sie sich einfach nicht angestrengt haben.

Rückmeldung an die Schülerinnen und Schüler

Um Rückmeldung zu geben, werden die Einträge im Mathetagebuch von der Lehrkraft durchgesehen und bewertet, aber nicht im Sinn von Fehlersuche korrigiert. Die Bewertung erfolgt wie bei Ruf/Gallin[2] mittels Häkchen. Hier werden folgende (den Schülerinnen und Schülern bekannte) Kriterien zugrunde gelegt:

0 Häkchen: Du hast die Aufträge nicht sorgfältig bzw. konzentriert genug oder gar nicht bearbeitet.
1 Häkchen: Du hast dich intensiv und ordentlich mit der Sache bzw. den Aufträgen befasst.
2 Häkchen: Du hast immer wieder interessante Einfälle und Gedanken, du bemühst dich um ordentliche Erklärungen, du gestaltest übersichtlich, bei Aufträgen arbeitest du recht sicher.
3 Häkchen: Du zeigst ein spezielles Engagement, du hast unerwarteten Durchblick bzw. geistreichen Irrtum und ein ungewöhnliches Problembewusstsein; Aufträge bearbeitest du sehr sicher, deine Gestaltung ist besonders gelungen.

Der Aufwand kann in Grenzen gehalten werden, indem jeweils einige Einträge gemeinsam durchgesehen werden.

2_Ruf U., Gallin P.: **Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik.** 2 Bände, Kallmeyer; Seelze 1998

Benotung des Mathetagebuchs

Neben der Vermittlung von Lerninhalten werden mit dem Mathetagebuch in besonderem Maße übergeordnete Kompetenzen gefördert, wie selbständiges und regelmäßiges Arbeiten (auch mit dem Buch), Verbalisieren, Textverständnis, Problemlösefähigkeit und Übernahme von Verantwortung für den eigenen Lernfortschritt (auch Schließen von Lücken). Diese werden bei der üblichen Notengebung kaum berücksichtigt. Zudem beziehen sich diese Noten nur auf Produkte am Ende eines Lernprozesses. Mit dem Lerntagebuch ist es dagegen möglich, Prozesse über einen längeren Zeitraum zu verfolgen und zu bewerten. Aus diesen Gründen ist es wünschenswert, die Leistungen der Schüler im Mathetagebuch in die Mathematiknote einzubeziehen. Wie dies genau umgesetzt wird, liegt in der pädagogischen Verantwortung der Lehrkraft und muss selbstverständlich transparent nach den Vorgaben der Schulordnung erfolgen.
Eine mit der gültigen Realschulordnung vereinbare Variante ist unter **www.sinus-bayern.de** dargestellt.

Erfahrungen

Schülerinnen und Schüler

➔ Am Anfang bestand große Unsicherheit. Viele wollten stark geführt werden und am liebsten ein Mustertagebuch sehen, das sie nachmachen können. Eine derartige Hilfestellung haben die Schülerinnen und Schüler bewusst nicht erhalten. Sie sollten ihren eigenen Stil finden und haben dies mit der Zeit auch getan.
➔ Eine wesentliche Motivation lag für viele Schülerinnen und Schüler im „Selbst gestalten dürfen“. Sie konnten hier ihre individuellen Stärken wie Kreativität, Phantasie, Gestaltungsfreude und übersichtliches Arbeiten einbringen, die sonst eher zu wenig Beachtung finden. Viele Lernende waren zu erstaunlichen Leistungen fähig und zu Recht stolz auf ihr Werk.
➔ Einige Schülerinnen und Schüler hatten anfangs große Schwierigkeiten, ihre Überlegungen nachvollziehbar niederzuschreiben. Die meisten von ihnen steigerten ihre sprachliche Ausdrucksfähigkeit mit der Zeit erfreulich.
➔ Auch Lernende, die das Fach Mathematik nicht besonders mochten, haben sich durch das Tagebuchschreiben intensiv in Sachverhalte eingedacht. Einige von ihnen konnten sich dadurch verbessern.
➔ Eine mündliche Umfrage im Mai ergab, dass etwa die Hälfte der

Schülerinnen und Schüler meinten, einen persönlichen Nutzen aus dem Tagebuchschreiben zu ziehen. Sie fühlten sich sicherer im Formulieren, sie meinten, Gelerntes besser behalten zu können und weniger Lücken entstehen zu lassen.

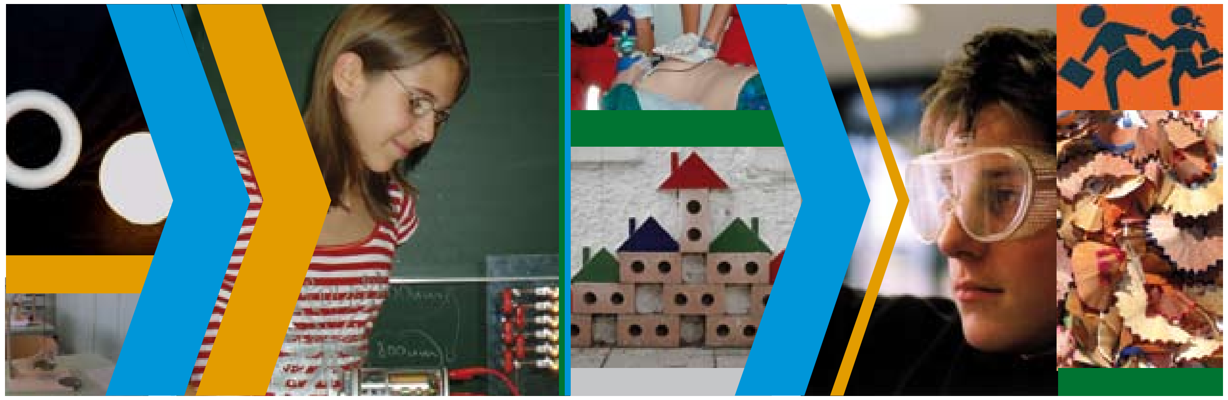
Eltern

➔ Solange die Note für das Mathetagebuch nicht oder nur in geringem Umfang (z. B. als mündliche Note) in die Mathematiknote einbezogen wurde, gab es vonseiten der Eltern große Zustimmung. Eine stärkere Gewichtung der Note führte in der Anfangsphase zu skeptischen Reaktionen, da Eltern befürchteten, dass Kindern außerhalb der Schule geholfen würde oder dass manche voneinander abschreiben und so die Noten nicht die individuellen Leistungen wiedergeben würden. Diese Bedenken konnten am Elternabend und mit einem Informationsbrief zerstreut werden: Die Kinder schreiben in ihren eigenen Worten. Wenn Erwachsene an der Formulierung beteiligt sind, merkt man dies in der Regel. Rückblickend empfiehlt es sich, zum Schuljahresbeginn in einem Schreiben das Vorhaben und die damit beabsichtigten Lern- und Erziehungsziele genau zu erläutern.

Lehrkräfte

➔ Mathetagebücher durchzusehen ist zeitaufwändig, wenn man es nicht gewöhnt ist. Aber mit wachsender Erfahrung und geschultem Blick wird der Zeitaufwand geringer.
➔ Es ist von Vorteil, wenn ein Kollege oder eine Kollegin dieselben Aufträge in einer Parallelklasse bearbeiten lässt. So kann man sich gegenseitig beraten.
➔ Beim Durchsehen von Mathetagebüchern lernt man die Schüler in ihrer Persönlichkeit und ihren spezifischen Fähigkeiten besser kennen. Es macht Freude, die Tagebücher zu lesen.

Methoden-vielfalt praktizieren



Von Karl Bögler und Claudia Schneider unter Mitarbeit von Dieter Fiedler, Stefan Grabe, Martin Jochner, Axel Kisters, Wolf Kraus, Johann Staudinger

Von der Lehrerdominanz zur methodischen Vielfalt

Unterrichtsverfahren im Biologie- und Chemieunterricht

In einer pädagogischen Fachzeitschrift[1] wurde 2003 das folgende Ablaufschema für den Unterricht in den naturwissenschaftlichen Fächern als häufig anzutreffendes Beispiel abgedruckt. Inwieweit diese etwas überzogene Darstellung zutreffend ist, mag jeder selbst entscheiden.

1_Jahresheft XXI **„Aufgaben"**. Friedrich Verlag; Seelze 2003, S. 116-118

Unterrichtsphase	Beschreibung der Unterrichtsphase	Arbeitsform
Hausaufgabenkontrolle	Die Lehrkraft liest die Lösung der Hausaufgabe vor und geht mehr oder weniger auf die Schüler ein.	vorlesen, zuhören, reproduzieren
Rechenschaftsablage	Kleinschrittiges Frage-/Antwort-spiel durch Lehrer	
Einstieg/Motivation	Die Lehrkraft gibt das Stundenthema vor. Lehrerfrage: „Wo waren wir stehen geblieben?"	(passende) Fragen stellen, abschreiben
	Die Schülerinnen und Schüler nennen, oft suggestiv heraus-gefragt, eine Leitfrage, die an der Tafel fixiert und in die Hefte abgeschrieben wird.	
Erarbeitungsphase	Fragend-entwickelndes Unter-richtsgespräch von Lehrkraft geleitet	mitdenken, zuhören, antworten, lesen
Problemstellung	Im Lehrer-Schüler-Gespräch werden die Ergebnisse an der Tafel und im Heft zusammen-gefasst – oftmals in das Stun-denklingeln hinein – danach Hausaufgabenstellung.	vorlesen, zuhören, diskutieren, abschreiben, zusammenfassen

Betrachtet man diesen Unterricht aus didaktischer Sicht, so stellt man eine Vorherrschaft der **Instruktion** fest. Das Wissen wird von Experten systematisch organisiert und vermittelt. Die Lernenden nehmen Wissen auf, ihre Aktivitäten sind Mitdenken und Nachvollziehen. Diese Form des Unterrichts eignet sich vor allem für sehr schwierige oder sehr komplexe Sachverhalte, bei denen eine starke Führung seitens der Lehrkraft nötig ist.

Heute rückt jedoch zunehmend der Kompetenzerwerb der Schülerinnen und Schüler in den Blickpunkt. Angestrebt wird „Scientific Literacy", die „Fähigkeit, naturwissenschaftliches Wissen anzuwenden, naturwissenschaftliche Fragen zu erkennen und aus Belegen Schlussfolgerungen zu ziehen, um Entscheidungen zu verstehen und zu treffen, welche die natürliche Welt und die durch menschliches Handeln an ihr vorgenommenen Veränderungen betreffen."[2] Dazu müssen die Lernenden regelmäßig die Möglichkeit erhalten, selbst Strategien und Lösungen zu entwickeln.
„Es besteht wenig Zweifel unter Fachkundigen, dass Arbeitsformen innerhalb und außerhalb des Unterrichts, die dem Schüler erhöhte Verantwortung zuweisen und stärkere Selbstorganisation abverlangen, im Alltag unserer Schule – und zwar insbesondere im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht – zu kurz kommen…

2_Artelt C., Baumert J., Klieme E., Neubrand M., Prenzel M., Schiefele U., Schneider W., Schümer G., Stanat P., Tillmann K.-J., Weiß M. (Hrsg.): **PISA 2000 – Schülerleistungen im internationalen Vergleich** (Zusammenfassung zentraler Befunde). Max-Planck-Institut für Bildungsforschung; Berlin, 2001

Mit zunehmendem Alter der Schüler sollte auch der Anspruch an die Selbstregulation des Lernens zunehmen.“[3]
Gute Möglichkeiten dazu bieten **konstruktivistische Lernumgebungen**. Die Schülerinnen und Schüler lösen Probleme weitgehend eigenständig und erwerben dabei Wissen, der Lehrer steht als Experte zur Verfügung. Arbeitsformen für diesen Ansatz sind z. B. Projekte oder Workshops. Diese Arbeitsformen ermöglichen individuelle Denkwege und selbstbestimmtes Arbeitstempo, erfordern jedoch meist mehr Unterrichtszeit.

Unterricht einmal anders: eine Synthese aus Konstruktion und Instruktion

Eine Möglichkeit, die Stärken beider Ansätze nutzbar zu machen, bieten Lernumgebungen nach dem **Sandwich-Prinzip** (Wahl, 2005[4]). Dabei werden zwischen Phasen der Vermittlung von Wissen regelmäßig Phasen des individuellen Lernens eingeschoben.
Ein Unterricht nach diesem Verfahren, der das strenge Schema der Instruktion aufbricht, lässt sich folgendermaßen veranschaulichen[5]:

Information	Übung 1	Erarbeitung 1	Übung 2	Erarbeitung 2	Übung 3	Wiederholung
Frontalunterricht	Einzelarbeit Partnerarbeit	Gruppenunterricht Frontalunterricht	Schülerexperiment Gruppenunterricht	Frontalunterricht Gruppenarbeit	Gruppenarbeit Miniprojekte	Strukturierung Frontalunterricht
Lehrerreferat Texte Video Materialien	Demonstration Zeichenaufgabe Denkaufgabe	Experimente Lehrer-Schüler-Gespräch	komplexe Aufgabe Anwendungen Kontextaufgabe	Lehrerexperiment Schülerexperiment Lehrerinfo Schülerreferat Material	komplexe Aufgabe Anwendungen	Begriffsnetz Mind-Map Zusammenfassung Wiederholungen

Die Sozialformen und Unterrichtsmethoden im gezeigten Schema sind als mögliche Alternativen angegeben.
Entscheidend ist, dass den Lernenden durch Phasen der Instruktion Strukturierungshilfen gegeben werden, dazwischen aber die subjektive Auseinandersetzung mit dem Stoff unter Berücksichtigung des individuellen Lerntempos und des unterschiedlichen Vorwissens breiten Raum einnimmt. Dieses Unterrichtsverfahren eignet sich für den Erwerb von Lernstrategien, von Kompetenzen und von systematischem Fachwissen. Es kann leicht an das Leistungsniveau der Klasse und Altersstufe angepasst werden: Lernende mit geringen Vorkenntnissen bevorzugen „dünne Sandwich-Lagen“, d. h. kürzere kollektive Lernphasen, gefolgt von kürzeren Verarbeitungsphasen, während für Lernende mit großen Vorkenntnissen eher „dicke Sandwich-Lagen“ geeignet sind.

3_BLK: **Materialien zur Bildungsplanung und Forschungsförderung**; Heft 60 (Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“)
4_Wahl, D.: **Lernumgebungen erfolgreich gestalten. Vom trägen Wissen zum kompetenten Handeln**. Klinkhardt; Bad Heilbrunn, 2005
5_Nach Leisen, J. in: **Unterricht Biologie**, Heft 287. Friedrich Verlag; Seelze, 2003

Im Folgenden wird das Sandwich-Prinzip an zwei Unterrichtsbeispielen vorgestellt.

Der Körper des Menschen – ein komplexes, vernetztes System

Beispiel aus der Unterstufe

Didaktische Vorüberlegungen
Zeitbedarf: 3–4 Unterrichtsstunden

Einbindung des Themas in den Lehrplan:
Die Unterrichtseinheit ist dem Themenbereich „NT 5.2.2 Der Körper des Menschen und seine Gesunderhaltung“ des Lehrplans für das Gymnasium entnommen und den Unterkapiteln „Prinzip des Blutkreislaufs“ und „Zusammenhang körperliche Aktivität – Nährstoffbedarf – Atemfrequenz – Herzschlagfrequenz“ zuzuordnen.

Vorkenntnisse aus dem vorherigen Unterricht:
Organe und Organsysteme wie Herz, Lunge, Haut, Blut, Verdauungsorgane und Niere mit ihren Funktionen

Ziele der Unterrichtseinheit:
Wie im Zieltext des Lehrplans gefordert, setzen sich die Lernenden ausführlich mit dem Körper des Menschen auseinander und entdecken dabei die Wechselwirkungen zwischen den Organen. Dabei werden schon bekannte Wissenselemente abgerufen und in neuer Weise verknüpft, womit ein kumulatives, verstehendes Lernen ermöglicht wird. Von besonderem Wert ist in diesem Zusammenhang eine Concept-Map (Begriffsnetz). Sie fordert und fördert die Selbsttätigkeit der Schülerinnen und Schüler und ermöglicht dadurch einen konstruktivistischen Ansatz. Die Verwendung von Hilfekärtchen[6] erlaubt zusätzlich eine leistungsbezogene Differenzierung.
Die Lernenden können sich an einem Thema mit Alltagsbezug (sinnstiftender Kontext) mit ihrem Vorwissen die Zusammenhänge selbst erarbeiten und erfahren dabei die eigene Kompetenz. Zudem kann ohne mahnend erhobenen Zeigefinger gesundheitsbewusstes Verhalten gefördert werden. Nicht zuletzt wird durch die Verwendung

6_Vgl. Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus: **Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts – Erfahrungsbericht zum BLK-Programm SINUS in Bayern**. München,2002 eines Gedichts als Informationsquelle und die mathematischen Berechnungen fächerübergreifend gearbeitet.

Ablauf der Unterrichtseinheit

Instruktion

Als **Einstieg** wird anhand einer Abbildung „Otto Wahl“ vorgestellt, ein rauchender, in fettem Essen schwelgender, sich nicht bewegender, nur Auto fahrender, dicker Mann. Das zugehörige Gedicht[7] wird vorgelesen und im Anschluss daran an die Schülerinnen und Schüler ausgeteilt.

Zwei Milliarden und dreizehnmal
schlug das Herz des Otto Wahl.
Zwei Milliarden und vierzehn nun –
doch Otto kümmert sich nicht drum,
sitzt im Büro, treibt keinen Sport,
bewegt sich nur im Auto fort.
Er raucht und schwelgt in fettem Essen
und hat dabei sein Herz vergessen.
Dies quält sich grade damit ab,
das Blut hindurch zu schießen
durch seine Adern, die schon knapp
davor, sich zu verschließen.
Schlag sechzehn hat es noch gepackt,
bei siebzehn hat es ausgehakt.
Otto Wahl, der leiblich stark,
stirbt an einem Herzinfarkt.

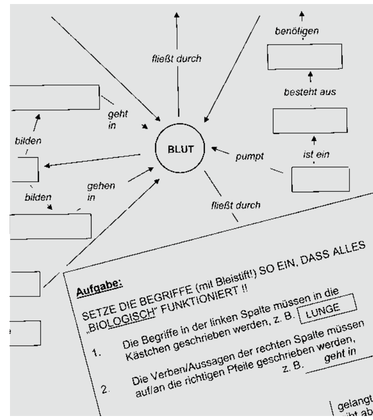
Aus dem Text wird entnommen, dass bei einem Herzinfarkt das Herz nicht mehr schlägt. Im Gespräch stellt sich die Frage, warum der Ausfall eines Organs im Körper überhaupt problematisch sei. Die Schülerinnen und Schüler kennen vernetzte Systeme aus ihrem Alltag (Heizungssystem, Wasserleitungssystem, Verkehrssysteme) und können schlussfolgern, dass der Ausfall eines Organs einen Einfluss auf alle anderen Organe haben muss, da die Organe des Menschen, unter anderem durch das Blutkreislaufsystem, miteinander verbunden sind.

Konstruktion

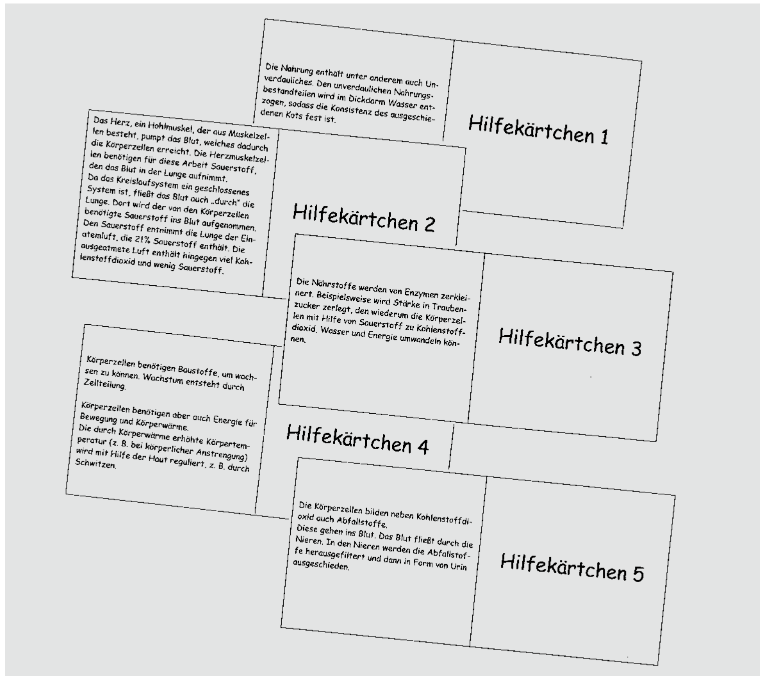
Nach der Fixierung des Stundenthemas „Der Körper des Menschen – ein komplexes, vernetztes System“ wird der Zusammenhang,

7_Aus Bay F., Schneider H.: **NATURA, 5. und 6. Schuljahr**, Lehrerband, Band 1, Biologie für Gymnasien, 1. Auflage. Ernst Klett Verlag; Stuttgart, Düsseldorf, Leipzig, 2000

der zwischen den einzelnen Organen besteht, mit einer Concept-Map erarbeitet. Diese wird als vorgefertigtes Schema vorgelegt, die einzusetzenden Begriffe werden in Form von zwei Wortfeldern (Substantive für die Kästchen und Verben für die Pfeile) angegeben. Die abgedruckten Ausschnitte sollen einen Eindruck von den unter **www.sinus-bayern.de** vollständig verfügbaren Dokumenten vermitteln. Da das Erstellen der Concept-Map eine sehr anspruchsvolle Lernaufgabe darstellt, die von den Schülerinnen und Schülern ein hohes Maß an Konzentration, Ausdauer, Abstraktionsvermögen und die Fähigkeit zum vernetzten Denken fordert, dürfen die Lernenden zur Förderung der Kooperation und zur gegenseitigen Unterstützung mit dem Banknachbarn zusammenarbeiten. Um einerseits die selbständige Erschließung des Lerninhaltes zu ermöglichen, andererseits den Schülerinnen und Schülern, die weitere Hilfestellungen benötigen, diese auch zukommen zu lassen, wird die Concept-Map mit dem Methodenwerkzeug „Hilfekärtchen“ kombiniert.

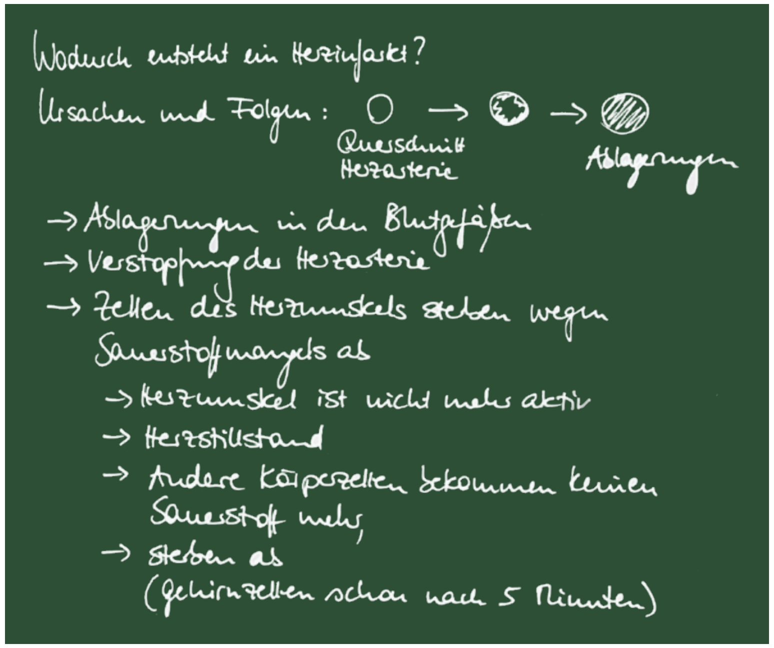


Am Lehrerpult liegen fünf Hilfe-Kärtchen bereit, welche jeweils einen kurzen Text mit Informationen enthalten, die dazu dienen, das entsprechende Vorwissen zu aktivieren. Bei Bedarf können die Lernenden ein Kärtchen nehmen und mit der entsprechenden Information weiterarbeiten. Sollte dies zur Lösung der Aufgabe nicht ausreichen, stehen die übrigen Karten zur Verfügung (die Nummerierung der Karten dient nur zu ihrer Unterscheidung, sie können in beliebiger Reihenfolge in Anspruch genommen werden).



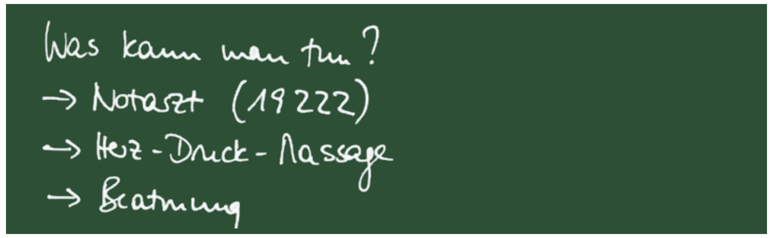
Eine Arbeitsgruppe wird aufgefordert, ihre Lösung auf Folie zu schreiben und die Ergebnisse mündlich zu erläutern. Das freie Sprechen wird durch die vorgegebene Struktur erleichtert und eingeübt.

Instruktion
Um das Eingangsthema der Unterrichtseinheit wieder aufzugreifen, wird die Frage nach der Entstehung des Herzinfarktes von „Otto Wahl“ gestellt. Die Schülerinnen und Schüler sollen, ihre Kenntnisse und Fähigkeiten aus dem Deutschunterricht nutzend, dem literarischen Text (Gedicht) fachlich relevante Sachverhalte zur Entstehung eines Herzinfarktes entnehmen. In der Sicherungsphase werden die Ergebnisse an der Tafel fixiert.



Zur Lernzielkontrolle am Ende der Unterrichtseinheit wird anhand eines Bildes einer Notfallsituation die Frage „Was kann man bei einem Herzinfarkt tun?“ gestellt.

Die Schülerinnen und Schüler sollen das erlernte Wissen nutzen, um Vorschläge zur Behebung der Folgen eines Herz-Kreislauf-Stillstands zu machen: Das Herz pumpt nicht mehr, also muss künstlich mittels einer Herz-Druck-Massage das Blut durch den Körper gepumpt werden. Da die bewusstlose Person auch nicht mehr atmet, muss das Blut durch Beatmung mit Sauerstoff beladen werden.



Zum Abschluss wird die Frage nach dem von Otto Wahl erreichten Alter aufgeworfen. In Einzelarbeit bearbeiten die Schülerinnen und Schüler diese Aufgabe, wodurch Kenntnisse aus der „Schublade Mathematikunterricht“ aktiviert werden und der Umgang mit Zahlen und Rechenoperationen geübt wird.

Wie alt wurde OTTO WAHL etwa?
(Hinweis: 70 Schläge pro Minute)

60 x 70 Schläge = 4.200 Schläge in **1 Stunde**
4.200 x 24 = 100.800 Schläge an **1 Tag**
100.800 x 365 = 36.792.000 Schläge in **1 Jahr**
(gerundet 37.000.000 Schläge)
Das Alter des Herrn Wahl:
2.000.000.000 : 37.000.000 = ca. 54 Jahre

Chlor im Schwimmbad?

Beispiel aus der Oberstufe

Didaktische Vorüberlegungen
Zeitbedarf: 2 Unterrichtsstunden

Einbindung des Themas in den Lehrplan:
Die Unterrichtseinheit wurde für das neunjährige Gymnasium erarbeitet und ermöglicht die in den Zieltexten der Themenbereiche „Elektrochemie“ und „Chemiebetrieb“ geforderte Verknüpfung von chemischen, ökologischen und wirtschaftlichen Fragestellungen. Zu folgenden Fachinhalten bestehen Bezüge:
➔ Elektrolyse als erzwungene Redoxreaktion (Messen von Zersetzungsspannung und Überspannung)
➔ Quantitative Behandlung (Faradaysche Gesetze)
➔ Anwendungen in der Technik; Chlor-Alkali-Elektrolyse (Verfahren, wirtschaftliche Bedeutung, Umweltbelastung,

Möglichkeiten der Emissionsminderung, Recycling)

Im achtjährigen Gymnasium kann die Unterrichtseinheit dem Lehrplanabschnitt C12.3 „Redoxgleichgewichte, Elektrolyse“ zugeordnet werden.

Vorkenntnisse:
Damit die Schülerinnen und Schüler die Texte sinnvoll bearbeiten können, sollten die Lehrplaninhalte Redoxgleichgewichte, Standardpotenziale und Elektrolyse als erzwungene Redoxreaktion bereits besprochen sein.

Ziele der Unterrichtseinheit:
Mit dieser Unterrichtssequenz sind die Schülerinnen und Schüler durch den gezielten Wechsel von Instruktion und Konstruktion auf vielfältige Weise aufgefordert, sich direkt in das Unterrichtsgeschehen einzubringen und sich mit den Fachinhalten intensiv (Expertenkongress, Erstellen von Folien und Plakaten, Verfassen von Leserbriefen und Stellungnahmen) auseinanderzusetzen.
Gleichzeitig eröffnet sich die Möglichkeit, die in den KMK-Bildungsstandards geforderten Kompetenzen auch im Fach Chemie zu erwerben: Hier wird nicht nur Fachwissen gefordert, sondern gleichzeitig eine fundierte ökologische und wirtschaftliche Bewertung mit chemischem Hintergrund verlangt.

Ablauf der Unterrichtseinheit

Konstruktion
Nach der Lektüre des folgenden Artikels und einem anschließenden Austausch in Gruppen zur Klärung des Sachverhalts erfolgt die gemeinsame Formulierung der Problemstellung:

Ist der Ersatz von Chlor im Schwimmbad chemisch und ökologisch gesehen sinnvoll?

Material 1

Baden wie einst Kleopatra

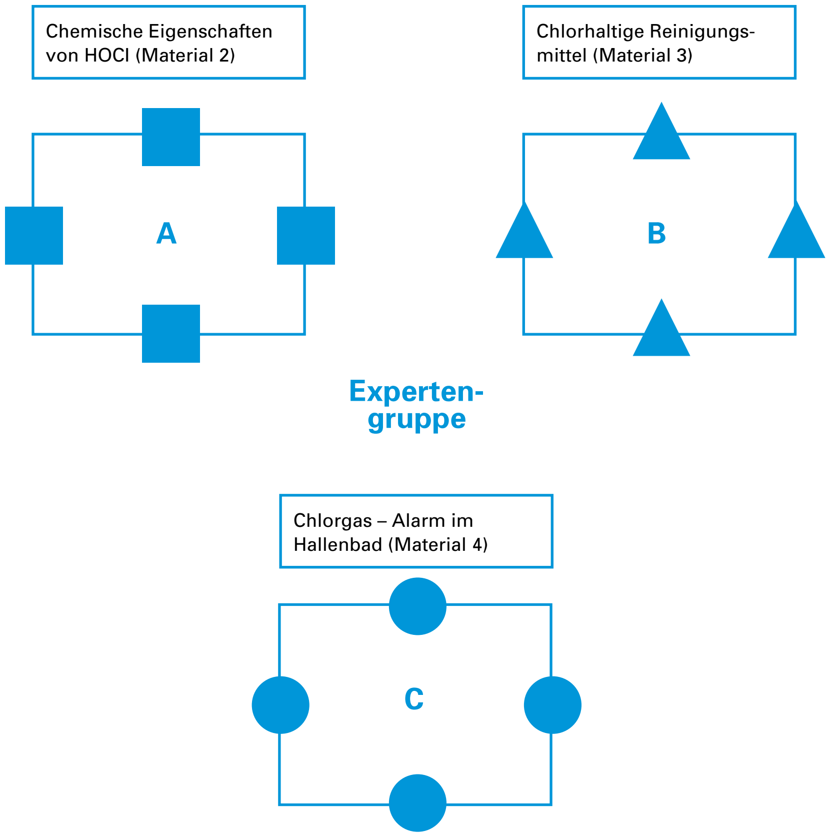
Das neue Therapie-Becken der Stiftland-Reha verzichtet auf Chlor

Mitterteich (xtk). Das Beste für seine Gäste – das will Wolfgang Haas. Jetzt hat der Inhaber der Mitterteicher „Stiftland Reha“ wieder Geld in die Hand genommen, um seine Kunden, Gäste und Patienten mit einem Leichtsolebad zu verwöhnen.
Bei einer Temperatur von 32 Grad können die „Wasserratten“ in der medizinischen Badeabteilung des Reha-Betriebe ihre Bahnen ziehen. Das Neue daran: Haas verzichtet auf Chlorzusätze im Badewasser und greift stattdessen auf naturreines Salz aus Bad Reichenhall oder dem Toten Meer zurück. Durch Elektrolyse wird aus Salz „unterchlorige Säure“ gebildet, aus der nach dem Desinfektionsvorgang wieder Salz entsteht. Der dabei erzeugte reine Sauerstoff und Wasserstoff verbessern die Wasserqualität…

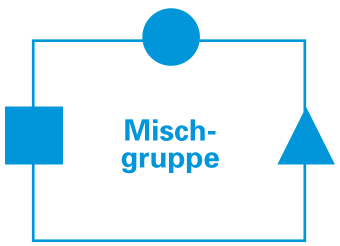
Instruktion
Von der Lehrkraft wird die Kochsalz–Elektrolyse vorgeführt und erläutert. Dabei wird auf die Bildung von Hypochlorit bei der Vermischung der Reaktionsprodukte hingewiesen.

Konstruktion
In Form eines Expertenkongresses bearbeiten die Schülerinnen und Schüler die nachfolgend vorgestellten Materialien 2 bis 4. Dabei können die Ergebnisse der einzelnen Gruppen auf Folien bzw. Plakaten zusammengefasst werden.

Kurzbeschreibung zum Ablauf eines Expertenkongresses: *Expertenkongress*
1. Schritt:
➔ Expertengruppen (hier Gruppen A, B, und C) aus je 3–4 Personen werden gebildet.
➔ Aufgaben werden bearbeitet.



2. Schritt:
Nach Bearbeitung der Aufgaben durch die Expertengruppen werden Mischgruppen gebildet, in denen je ein Vertreter der verschiedenen Expertengruppen sitzt. Die Schülerinnen und Schüler berichten sich gegenseitig aus ihren Expertengruppen und können jetzt eine gemeinsame Aufgabe (z. B. Beantwortung der Fragestellung: „Ist der Ersatz von Chlor im Schwimmbad chemisch und ökologisch gesehen sinnvoll?“) lösen.



Material 2[8]

Hypochlorige Säure (Unterchlorige Säure)

Sie entsteht bei der Einleitung von Chlor in Wasser. Allerdings ist die Rückreaktion zum Chlorwasser energetisch günstiger. Genau das ist der Grund, weshalb heute nur noch Bleich- bzw. Reinigungsmittel mit dem Zusatz „chlorfrei“ in den Geschäften zu finden sind. Die Industrie reagierte damit auf Haushaltsunfälle.
Die Hypochlorige Säure besitzt einen pK_S-Wert von 7,5 und ist nur in wässriger Lösung erhältlich. Die Lösung ist schwach grüngelb gefärbt und riecht nach Chlorkalk. Hypochlorige Säure auf Vorrat herzustellen hat wenig Sinn, da sie sich im Dunkeln langsam, im Sonnenlicht rasch zu Salzsäure und Sauerstoff zersetzt. Der dabei zunächst entstehende atomare Sauerstoff ist äußerst reaktiv und wirkt deshalb desinfizierend und bleichend. Diese Wirkung besitzen auch die Salze der Hypochlorigen Säure.

Material 3[9]

Für die Brunnenreinigung werden diverse Reinigungsmittel angeboten, deren Inhaltsstoffe sich folgenden Kategorien zuordnen lassen:

1. Chlorhaltige, das heißt Chlor und Hypochlorit abspaltende Reinigungsmittel
1.1 Von den chlorhaltigen Reinigungsmitteln wird Javellewasser (auch Eau de Javel, Javellauge) am häufigsten verwendet. Javellewasser besteht aus einer wässerigen Lösung von Kaliumhypochlorit, …
1.2 Calciumhypochlorit, $Ca(ClO)_2$, wird ebenfalls an Stelle von Eau de Javel eingesetzt und reagiert bei gleicher Konzentration stärker als Javellewasser, …

Die Gefahren von Brunnenreinigungsmitteln lassen sich wie folgt zusammenfassen: Chlor, Hypochlorit und Sauerstoff abspaltende Mittel sind starke Oxidationsmittel und wirken in konzentrierter Lösung als Bleichmittel…

Material 4[10]

Chlorgas-Alarm im Hallenbad

Chlor soll Badegäste vor Krankheitskeimen schützen. Deshalb desinfizieren die meisten Schwimmbäder ihr Wasser mit Chlorgas. Gelangt die aggressive Substanz bei Störfällen ungewollt in die Atemluft, so kann dies bei den Besuchern zu schweren Gesundheitsschäden führen. Zum Schutz vor Unfällen mit Chlorgas müssen die Sicherheitsmassnahmen deshalb vielerorts weiter verbessert werden.

Kurz vor 12 Uhr mittags am 17. Mai 1999 wird das Bezirksspital Grosshöchstetten BE alarmiert. Im örtlichen Hallenbad hat sich ein gravierender Chlorgas-Unfall ereignet. Dem Chefarzt Heinz Burger und seinem Team bleiben nur wenige Minuten, um die medizinische und psychologische Betreuung der Verletzten zu organisieren. Die ersten Unfallopfer werden größtenteils von privaten Helfern ins Krankenhaus eingeliefert. Betroffen sind vor allem Schulkinder und ältere Badegäste, die sich nicht rechtzeitig vor dem stechend riechenden Gas in Sicherheit bringen konnten. Weil das ätzende Gift tief in ihre Lungen eingedrungen ist, leiden die Patienten unter akuter Atemnot und Krampfhusten, der zum Teil auch Brechreiz auslöst. Einige der betagten Opfer reagieren mit schweren Asthmaanfällen und wehren sich in ihrer Angst gegen die angebotenen Sauerstoffmasken. …

Zielkonflikt zwischen Hygiene und Chemiesicherheit

Wäre es denn nicht einfacher, an kritischen Orten mit teils großem Besucherandrang – wie etwa den öffentlichen Schwimmbädern – konsequent auf das gefährliche Chlorgas zu verzichten? Aus hygienischen Gründen sieht Urs Müller keine taugliche Alternative zur Badewasser-Chlorierung. Urin, Kotspuren, Wundsekrete, Schweiß und andere Körper-Ausscheidungen in den Bassins bilden nämlich einen gefährlichen Nährboden für die Verbreitung von Bakterien. In der warmen und feuchten Umgebung eines Schwimmbades sind die Wachstumsbedingungen für Krankheitserreger zudem ideal. …

Fluch und Segen des Chlors

Chlor ist eine sehr reaktive chemische Substanz, die von Natur aus nur in Verbindung mit anderen Elementen vorkommt. Aufgrund der starken Giftwirkung führen Konzentrationen von drei Gramm reinem Chlor pro Kubikmeter Luft bereits nach wenigen Atemzügen zum Tod. …

Instruktion

Die Ergebnisse der Expertengruppen werden durch Demonstrationsexperimente und deren Auswertung vertieft.[11]

➔ Darstellung einer Alkalihypochlorit-Lösung durch Elektrolyse
➔ Darstellung einer Alkalihypochlorit-Lösung aus Chlorwasser und Alkalilauge
➔ Nachweis der bleichenden und oxidierenden Wirkung der Hypochlorit-Lösungen

Konstruktion

Die Schülerinnen und Schüler sind nun in der Lage, eine zusammenfassende Bewertung des Zeitungsartikels nach chemischen, medizinischen und ökologischen Gesichtspunkten vorzunehmen. Möglichkeiten dafür sind z. B. der Entwurf eines Leserbriefs oder einer behördlichen Stellungnahme.

8_Nach: **www.uni-bayreuth.de/departments/ddchemie/umat/chlorsaeuren/chlorsaeuren.htm#2**
9_Nach: **www.baselland.ch/index.htm**
10_Nach: **MAGAZIN UMWELT 2/2000**, www.bafu.admin.ch/dokumentation/umwelt/00111/00463/00938/index.html?lang=de
11_Vgl. Bukatsch/Glöckner: **Experimentelle Schulchemie**, Band 2, Aulis Verlag Köln, 1977; S. 46 f

Diese Beispiele dienen nur als Ideengeber. In folgenden Veröffentlichungen sind weitere gute Anregungen zu finden:

➔ Unterricht Chemie, Aufgaben, Heft 82/83, August 2004, Friedrich-Verlag Berlin
➔ Unterricht Chemie, Naturwissenschaftliches Arbeiten, Heft 76/77, August 2003, Friedrich-Verlag Berlin
➔ Unterricht Chemie, Methodenwerkzeuge, Heft 64/65, September 2001, Friedrich-Verlag Berlin
➔ Unterricht Biologie, Aufgaben: Lernen organisieren, Heft 287, September 200, Friedrich-Verlag Berlin
➔ Aufgaben zur Unterrichtsgestaltung in Natur und Technik, Akademiebericht Nr. 406, Akademie für Lehrerbildung und Personalführung Dillingen 2005
➔ Offene Lernformen im Chemieunterricht, Akademiebericht Nr. 395, Akademie für Lehrerbildung und Personalführung Dillingen 2004
➔ Methoden-Handbuch Deutschsprachiger Fachunterricht (DFÜ), Varus Verlag Bonn 2003
➔ Unterricht Chemie, Kompetenzen entwickeln, Heft 94/95, April, Mai 2006
➔ MNU 59, 2006, Heft 5

Von Sebastian Berger
und Heiner Kilian

Aufgabenstellungen zur Förderung der Schüleraktivität

Ausgangsbasis für die Weiterentwicklung des Unterrichts im Rahmen des Programms SINUS-Transfer war die Identifikation von Problemfeldern, die den beteiligten Lehrkräften bei einer Analyse von Schülerleistungen und einer Reflexion des eigenen Unterrichts aufgefallen waren. Anschließend wurden Konzepte zur Behebung der Defizite erarbeitet und konkrete Unterrichtsmaterialien erstellt. Die Erprobung dieser Materialien sowie der anschließende Erfahrungsaustausch stellten sich als sehr fruchtbar heraus.
Viele Lehrkräfte bemängelten die „Konsumhaltung" der Schülerinnen und Schüler in der Mittel- und Oberstufe, gekoppelt mit der Scheu davor, Fehler zu machen. Zudem wurde beklagt, dass viele Lernende alte Grundaufgaben nicht lösen können, insbesondere bei Einbindung in einen komplexeren Zusammenhang und dass Sachverhalte zu früh abstrahiert werden, obwohl noch keine konkreten Vorstellungen entwickelt sind.
Die Lehrkräfte setzten sich zum Ziel, diese Problemfelder durch Steigerung der Selbsttätigkeit positiv zu verändern. Die Eigenaktivität der Lernenden wird als Grundlage für den Erwerb neuen Wissens gesehen. Durch intensive Beschäftigung mit vorbereitetem Material soll Gelerntes nachhaltig verfügbar bleiben.

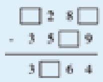
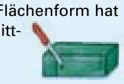
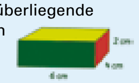
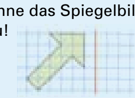
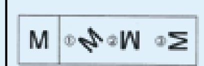
Unter dem Titel „Aufgabenstellungen zur Förderung der Eigenaktivität" wurde eine Vielzahl an Materialien erstellt, die zum Erreichen der genannten Zielsetzungen beitragen sollen. Ansatzpunkte waren hierbei z. B. das Arbeiten mit Modellen, das Finden eigener Lösungswege, mathematische Spiele, der Einsatz von interaktiven Arbeitsblättern am Computer, Heimversuche sowie materialgestützte Übungsphasen. Im Folgenden werden einige dieser Materialien vorgestellt. Zusätzliche Materialien sind im Internet unter **www.sinus-bayern.de** abrufbar.

Spiele und Wettbewerbe

Vor allem in der Unterstufe lassen sich die Schülerinnen und Schüler besonders leicht zum Arbeiten motivieren, wenn die Beschäftigung mit mathematischen Inhalten als Spiel oder Wettbewerb organisiert wird.

Beispiel[1]:
In Anlehnung an das früher sehr beliebte Fernsehquiz „Der große Preis" wurde ein mathematischer Wettbewerb konzipiert, der zu Beginn des Schuljahres in Jahrgangsstufe 5 eingesetzt werden kann. Dabei kommt ein Aufgabenblatt zum Einsatz, mit dem die Schülerinnen und Schüler in den Themenbereichen Addition und Subtraktion, Multiplikation und Division natürlicher Zahlen, Geometrie, Rechnen mit Größen und Sachaufgaben ihre Vorkenntnisse aus der Grundschule anwenden und wiederholen können.

1_Von Kerstin Beyer, Günther Leidenberger, Rosemarie Neuner-Ramming, Ursula Raum und Ute Wania-Olbrich

	Addition/Subtraktion	Multiplikation/Division	Geometrie	Rechnen mit Größen	Sachaufgaben
10	Ergänze die fehlenden Ziffern: 	Berechne: 5000 · 700	Hier sind die Zahlen gespiegelt. Welche Zahlen sind es? 	Ergänze auf eine Tonne: 632 kg + ☐	Jan, Stefan, Tim und Anja machen einen Staffellauf. Jan läuft 30 s. Die anderen 32 s, 35 s und 38 s. Wie viele Minuten und Sekunden brauchen die vier insgesamt?
20	Wie heißt die Zahl? 1 ZT + 5 H + 38 Z + 6 E	Dividiere 833 : 17	Ein Quader hat .... Ecken, ... Kanten und .... Flächen	Eine Bahnreise dauert 72 Stunden. Gib dies in Tagen an!	Herr Haller hat 100 Ballen Stroh und 85 Ballen Heu bestellt. Ein Ballen wiegt 18 kg. Wie viel wiegen alle Ballen?
30	Welche Zahlen fehlen in der Zahlenreihe? 15, 19, 23, ..., 51	45 · 1359 =	Welche Flächenform hat die Schnittfläche? 	Ein 10 Euro Schein ist 12,8 cm lang. Wie lang sind 30 Euro?	Frau Meyer braucht für einen Kuchen ein Achtel Liter Milch. Wie viele Milliliter Milch braucht sie, wenn sie 2 Kuchen backen will?
40	765432 – 332667 =	3 · 604 – 4 =	Zeichne zu diesem Quader ein Netz und färbe gegenüberliegende Flächen gleich! 	Schreibe in g: 14 kg =	Horst bekommt in der Woche 1,40 Euro Taschengeld. Wie viel Taschengeld bekommt er in 10 Tagen?
20	Ergänze die fehlende Zahl: 690 + ... = 762	Du sollst 98 · 7 im Kopf rechnen. Wie gehst du dabei vor?	Zeichne ein Rechteck mit der Länge 8 cm und der Breite 4 cm und verkleinere dann im Maßstab 1 : 2!	Größer, kleiner oder gleich? $\frac{1}{4}$ l ☐ 400 ml	Hanny kauft drei Tüten Milch für 75 Cent, eine Butter für 1,27 Euro und 6 Lutscher für 0,15 Euro. Wie viel bekommt sie zurück, wenn sie mit einem 10 Euroschein bezahlt?
60	Ergänze die fehlenden Zahlen: 	53738 : 7 =	Übertrage die Figur auf ein kariertes Blatt und zeichne das Spiegelbild dazu! 	Es ist jetzt 15:48 Uhr. Wie spät wird es in 1 Stunde und 15 Minuten sein?	Anne kauft eine 1,5 Liter Flasche Cola für 1,08 Euro. Tim kauft eine 1 Liter Flasche für 0,79 Euro. Wie viel Euro zahlt Anne weniger für 1 Liter als Tim?
70	Ergänze die fehlenden Zahlen: 	Überschlage: 6000 · 58	Wie sieht der Buchstabe nach einer Vierteldrehung aus? 	Schreibe in cm: 705 m 3 dm 20 cm =	Frau Vogel bestellt aus einem Katalog einen Teppich für 564 Euro und ein Fernsehgerät für 1899 Euro. Sie begleicht die Rechnung in drei Raten zu je 109 Euro. Den Rest will sie im nächsten halben Jahr monatlich abzahlen. Wie hoch ist die Rate?
80	Welche Zahl muss man zu 7318 hinzuzählen, um 10003 zu erhalten?	Wenn ich die Hälfte einer Zahl durch 15 teile und zu diesem Ergebnis 460 dazuzähle, dann erhalte ich 1000. Wie heißt die Zahl?	Wie viele Würfel wurden zum Bau dieses Würfelgebäudes verwendet? 	Es ist jetzt 11:15 Uhr. Wie spät war es vor 83 Minuten?	Eine Ausstellung wurde an 4 Tagen von ingesamt 552 Personen besucht. Ein Viertel der Besucher kam am ersten Tag, am zweiten war es ein Sechstel. Am dritten Tag nahmen halb so viele Personen teil wie am ersten und zweiten Tag zusammen. Wie viele Personen kamen am vierten Tag?

Sie arbeiten dabei in Gruppen und sollen in vorgegebener Zeit möglichst viele Punkte „errechnen“. Dazu können sie aus den 5 Themengebieten Aufgaben in verschiedenen Schwierigkeitsgraden auswählen. Je schwieriger eine Aufgabe ist, desto mehr Punkte sind durch ihre Lösung erreichbar (vgl. 1. Spalte auf dem Aufgabenblatt). Eventuell kann man die Vorgabe machen, dass in jeder Spalte mindestens zwei Aufgaben bearbeitet werden müssen. Die Lösungen werden auf einem Arbeitsblatt eingetragen, das dieselbe Tabelle enthält wie die Spielvorlage. Dieses Blatt wird dann vom Lehrer eingesammelt und ausgewertet.
Die Spielzeit beträgt etwa 30 Minuten, weitere 1–2 Unterrichtsstunden sind für eine ausführliche Nachbesprechung nötig, bei der insbesondere auf die beobachteten Schwächen eingegangen werden sollte.

Selbständiges Erstellen von Arbeitsmaterialien

Einen besonders hohen Grad der Eigenaktivität erleben die Schülerinnen und Schüler, wenn sie Arbeitsmaterialien ganz oder teilweise selbst herstellen. Im Fach Physik bietet sich hier besonders das selbständige Bauen einfacher Geräte an, das zu einer Förderung des Verständnisses für deren Funktionsweise und damit auch für grundlegende physikalische Zusammenhänge beiträgt. Im folgenden Beispiel wird eine entsprechende Aufgabenstellung vorgestellt.
Auch im Mathematikunterricht bieten sich verschiedene Gelegenheiten für eine derartige Vorgehensweise. Als gewinnbringend hat sich zum Beispiel das Basteln geometrischer Grundkörper herausgestellt, die dann zur Veranschaulichung herangezogen werden können. Sehr positive Erfahrungen wurden auch mit dem anschließend beschriebenen Erstellen und Einsatz eines Geobretts gemacht.

Beispiel: Kraftmesser

Heimversuch: Planung, Bau und Erprobung eines einfachen Kraftmessers von Alfred Schmitt
Unter den Schülerinnen und Schülern der Physik-Einstiegsklasse wurde ein Wettbewerb ausgeschrieben:

> „Plane, baue und erprobe zu Hause einen einfachen Kraftmesser. Bestimme auch den Einsatzbereich deines Gerätes.“

Neben der möglichen Benotung und der Auslobung von Preisen war es für die jungen „Forscherinnen und Forscher“ ein Ansporn, ihre Kreativität und die Genauigkeit sowie die Funktionalität ihrer Geräte der Jury, bestehend aus dem Leistungskurs Physik sowie den Referendarinnen und Referendaren des Physik-Seminars, unter Beweis zu stellen. Die Lernenden setzten sich bei ihren Arbeiten intensiv mit dem Kraftbegriff auseinander und erfassten Kräfte nicht nur theoretisch, sondern spürten bei der Überprüfung ihrer Kraftmesser auch verschieden große Kräfte. Nebenbei wurden die Schülerinnen und Schüler an naturwissenschaftliche Arbeitsweisen herangeführt, wenn sie durch wiederholtes Messen ihre Geräte verbesserten und ihr Vorgehen protokollierten.

Beispiel: Geobrett[2]

Bevor die Schülerinnen und Schüler im Geometrieunterricht Figuren, Flächen und Winkel untersuchen, stellen sie zu Hause nach einer bereitgestellten Bastelanleitung mit Materialien aus dem Heimwerkermarkt ein sogenanntes Geobrett her, das ihnen häufig bereits aus der Grundschule vertraut ist.

Abb.[3]: Geobrett

Im Unterricht untersuchen sie dann anhand entsprechender Arbeitsblätter nacheinander in jeweils zwei Unterrichtsstunden Eigenschaften von Figuren, Inhalte von Flächen und Winkelgrößen.
Dabei haben die Lernenden Gelegenheit, kreativ zu arbeiten, Zusammenhänge selbständig zu erfahren und ihr geometrisches Vorstellungsvermögen am konkreten Objekt zu schulen. Das Geobrett ermöglicht es, verschiedene Wahrnehmungskanäle zu nutzen und somit verschiedene Lerntypen anzusprechen: Die Schülerinnen und Schüler handeln mit den eigenen Händen, betrachten die aufgespannten Figuren, übertragen sie als Zeichnung ins Heft und beschreiben ihre Ergebnisse schriftlich. Anhand von Lösungsblättern können sie ihre Ergebnisse eigenständig überprüfen und erhalten somit sofortige Rückmeldung zu ihrer Arbeit. Bastelanleitung, Arbeits- und Lösungsblätter sind unter **www.sinus-bayern.de** verfügbar.
Außerdem kann das Geobrett auch in den folgenden Jahrgangsstufen weiter verwendet werden, um experimentell Gesetzmäßigkeiten an Figuren zu entdecken oder zu veranschaulichen.

Auf dem gleichen Prinzip beruht auch die vom Verein MUED e. V. (**www.mued.de**) angebotene MEXBOX (Mathematik-Experi-

2_Von Elke Frey, Roland Grebner und Karl-Willi Strobel-Rötter
3_Aus: **Das Zahlenbuch 5**, Klett und Balmer; Zug 1999

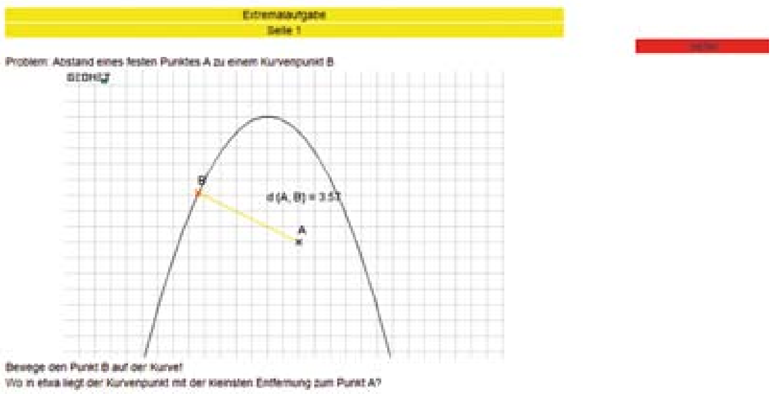
mentier-Box).
Im zugehörigen Arbeitsheft finden sich Anleitungen zum Einsatz des Steckbrettes bei den Themen Geometrie, Bruchrechnung, Prozentrechnung, Kreisgeometrie, Lineare Funktionen und Trigonometrie.

Interaktive Arbeitsblätter

Mit dem folgenden Beispiel soll auf eine Möglichkeit eingegangen werden, die Eigenaktivität der Lernenden mit Computereinsatz zu fördern. Interaktive Arbeitsblätter, bei denen die Schülerinnen und Schüler über Links erforderliches Grundwissen, diverse Hilfestellungen sowie Kontrollergebnisse abrufen können, sind in hohem Maß geeignet, die selbständige Bearbeitung komplexerer Problemstellungen zu unterstützen.

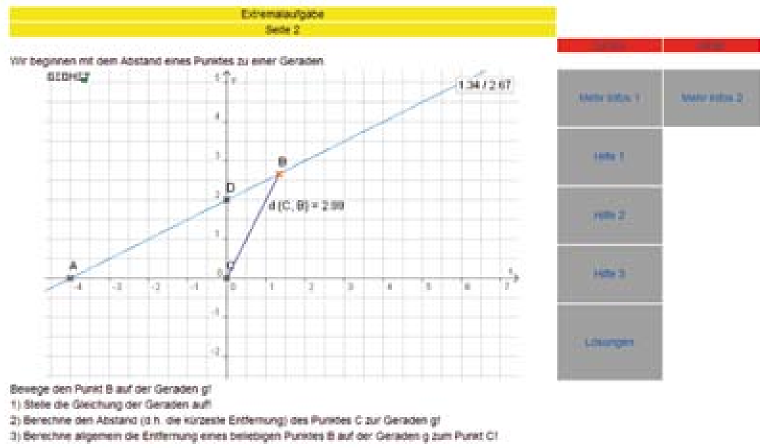
Beispiel: Extremalaufgabe
Abstand eines Punktes von einem Funktionsgraphen[4]
Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten hier – angeleitet durch 4 unter **www.sinus-bayern.de** bereitgestellte HTML-Arbeitsblätter – selbständig eine Lösung der Extremalaufgabe, den Abstand eines Punktes von einem Funktionsgraphen zu bestimmen. Für die Bearbeitung sind mindestens drei Unterrichtsstunden einzuplanen, in denen die Klasse ausschließlich an Computern arbeitet. Als Voraussetzung sollten die Schülerinnen und Schüler Polynomfunktionen ableiten und Extremwerte berechnen können.

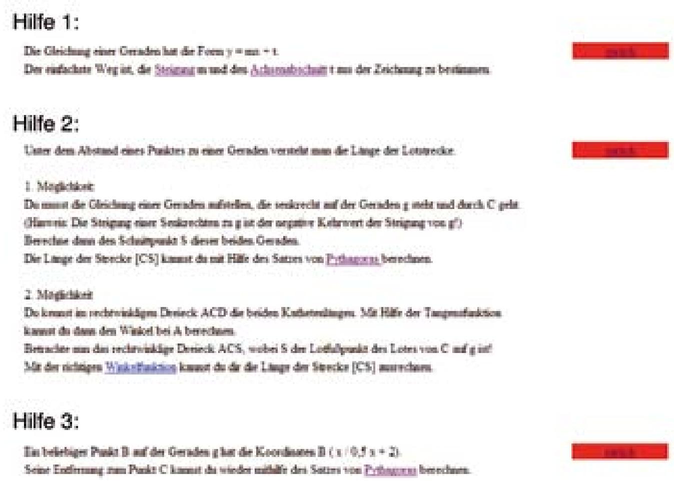
Arbeitsblatt 1:



Dieses Blatt dient der Einführung in die Thematik. Die Schüler betrachten den Abstand eines vorgegebenen Punkts von einem Punkt, der auf einer Parabel bewegt werden kann. Sie ermitteln dabei experimentell die Lage des Parabelpunkts, für den dieser Abstand minimal wird.

Arbeitsblatt 2:
Hier ist zunächst mit Hilfe geometrischer Überlegungen der Abstand des Ursprungs von einer gegebenen Geraden zu untersuchen. Anhand dieser Aufgabe sollen die Lernenden anschließend den funktionalen Zusammenhang zwischen der x-Koordinate eines Geradenpunkts und dessen Entfernung vom Ursprung erkennen. Mit den Links „Mehr Infos 1" und „Mehr Infos 2" können die Schülerinnen und Schüler bei Bedarf das erforderliche Grundwissen zur Geradengleichung und zur Ermittlung des Abstandes zweier Punkte im Koordinatensystem auffrischen. Darüber hinaus können sie mehrere Hilfestellungen abrufen, mit denen eine eigenständige Lösung der Aufgaben gelingen sollte. Schließlich können sie ihre Ergebnisse selbständig kontrollieren.

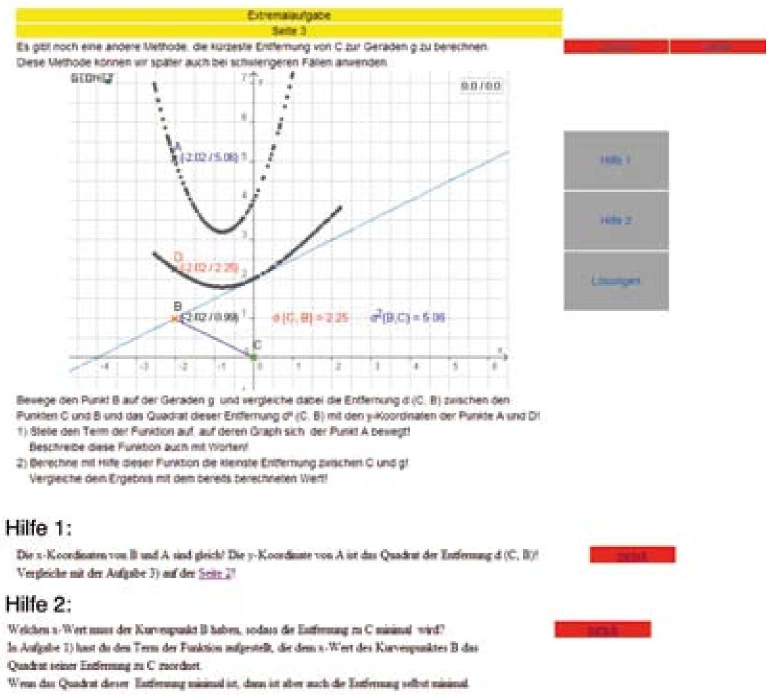




4_Von Thomas Tippelt

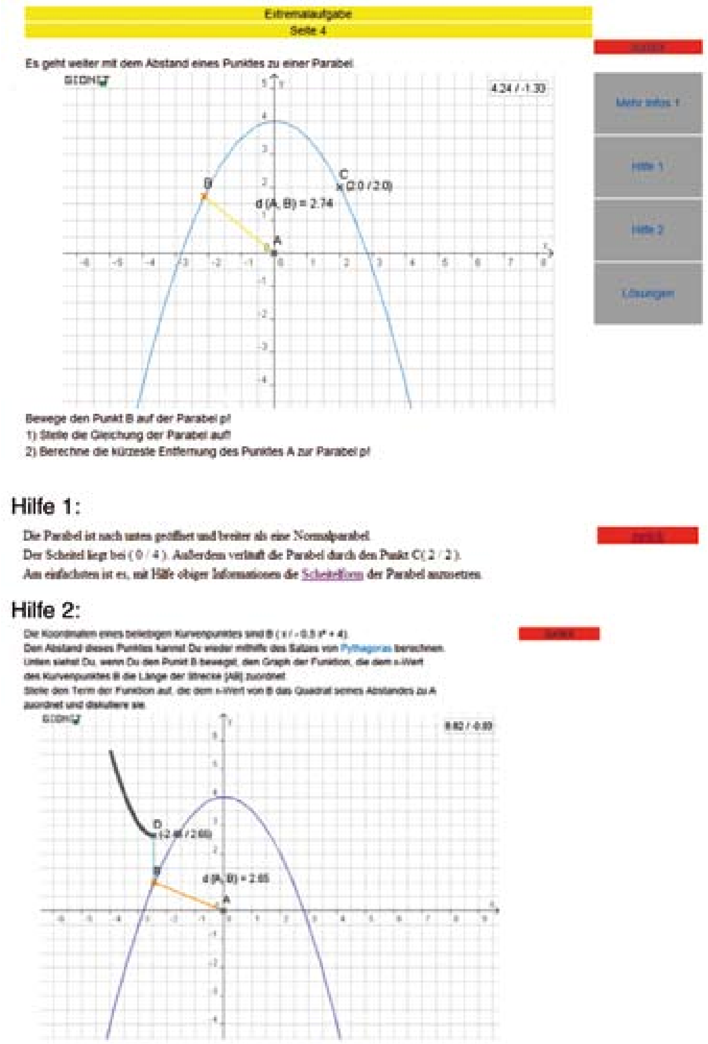
Arbeitsblatt 3:

Der in Arbeitsblatt 2 erarbeitete funktionale Zusammenhang zwischen der x-Koordinate eines Geradenpunkts und dessen Abstand d bzw. dem Quadrat dieses Abstands d^2 vom Ursprung wird hier weiter verdeutlicht, indem die Graphen der beiden entsprechenden Funktionen Punkt für Punkt entwickelt werden. Im Anschluss daran wird der Abstand des Ursprungs von der gegebenen Geraden analytisch ermittelt. Auch hier wird der Lernerfolg durch zwei Hilfe-Links und die Möglichkeit des Ergebnisvergleichs unterstützt und abgesichert.



Arbeitsblatt 4:

Hier werden die bisherigen Erkenntnisse auf das Problem der Bestimmung des Abstands des Ursprungs von einer Parabel übertragen. Bei Bedarf sind Informationen zur Aufstellung der Scheitelform quadratischer Funktionen sowie zwei Hilfestellungen abrufbar.



Dieser interaktive Weg eröffnet den Lernenden die Möglichkeit, trotz steigenden Abstraktionsgrads jederzeit zurückspringen zu können, um sich bei Verständnisproblemen erneut die Situation in einfacherer Konstellation klarzumachen. Außerdem kann man innerhalb der Arbeitsblätter stets mit Hilfe der Maus einen Punkt auf dem jeweiligen Graphen bewegen und dabei den gemessenen Abstand des gegebenen Punkts vom aktuellen Graphenpunkt ablesen. Das heißt, dass die Schülerinnen und Schüler ihre Lösungsansätze zu jedem Zeitpunkt quantitativ kontrollieren können.

Von Toni Wiedemann

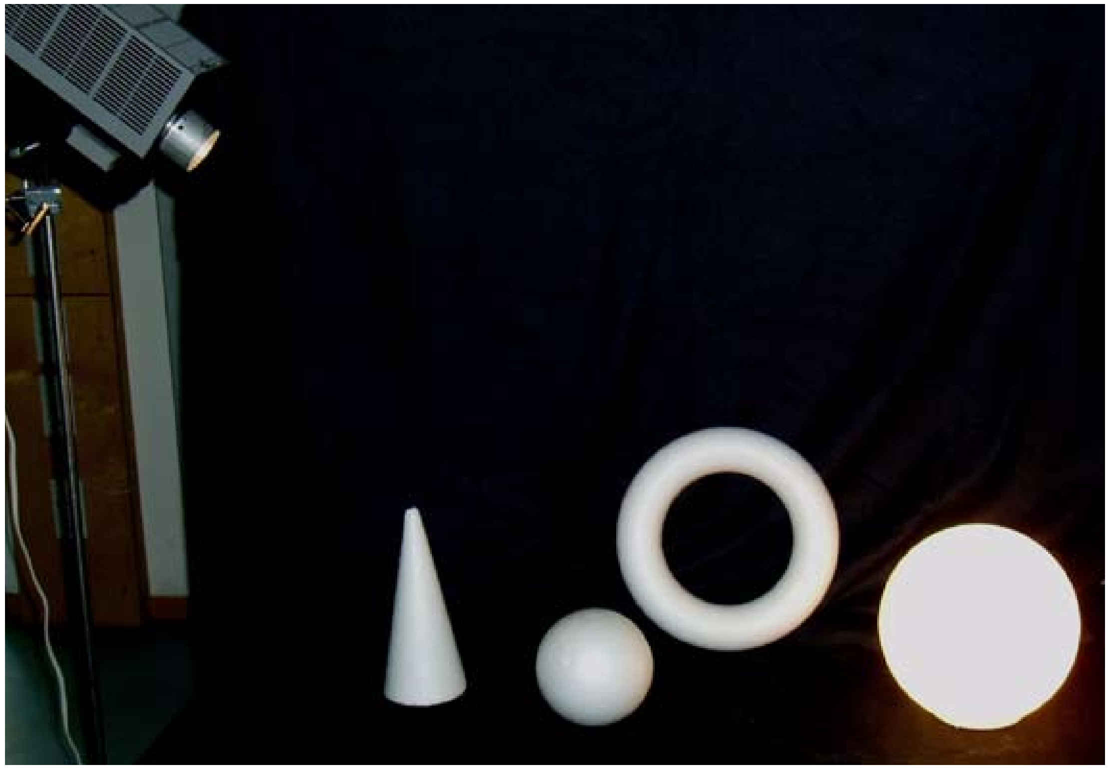
Physik erlebbar machen

Physik gilt bei vielen Schülerinnen und Schülern als unbeliebtes Fach. Dafür sind häufig der fehlende Alltagsbezug und ein hoher Anteil an Rechenaufgaben mitverantwortlich. In den neuen Lehrplänen werden deutliche Signale dafür gesetzt, dass hier neue Wege beschritten werden sollen. Es gilt das Motto: „Weg von der zerrechneten Physik“, hin zu einer praxisnahen Naturwissenschaft.

Im Folgenden werden einige bewährte Experimente und Projekte vorgestellt, die sinnliche Erlebnisse der Schülerinnen und Schüler aufgreifen oder ermöglichen.

Dunkelheit erleben

In einer Einstiegsstunde in die Optik erfahren die Lernenden die Bedeutung von Licht und Schatten für das räumliche Sehen anhand einer Betrachtung von selbstleuchtenden und beleuchteten Körpern. Diese Stunde wurde durch ein Konzept der Humboldt-Universität, Berlin, angeregt.



Vorbereitung:

➔ Auf einem Tisch liegen einige Körper aus Styropor (Kugel, Kegel, Quader, ...), an der Rückwand hängen einige Pappscheiben. Außerdem steht eine kugelförmige Leuchte auf dem Tisch, die über einen Dimmer mit dem Stromnetz verbunden ist.

➔ Der ganze Physiksaal ist total verdunkelt, hier stören sogar Lichtstreifen unterhalb der Tür oder Löcher in der Verdunklungsanlage. Die Schülerinnen und Schüler sehen und kennen den Aufbau nicht.

Ablauf:

➔ Zunächst lässt man die absolute Dunkelheit bei völliger Ruhe einige Minuten auf die Schülerinnen und Schüler wirken. Das Erlebnis, die Umwelt ohne Licht, allein über andere Sinnesreize wahrzunehmen, ist äußerst eindrucksvoll. Die leise durch die Reihen gehende Lehrkraft kann zum Beispiel durch Schall oder Wärmestrahlung wahrgenommen werden.

➔ Nun wird die Szenerie ganz behutsam über einen Dimmer mit einer Lampe von der Seite beleuchtet. Nach und nach werden die Objekte erkennbar.

➔ Dann wird die Kugelleuchte ganz vorsichtig über den Dimmer hochgeregelt und die Helligkeit der äußeren Lampe reduziert.

Beobachtung:

Je nach Beleuchtungsart erscheint die Kugelleuchte zwei- oder dreidimensional. Ist sie selbstleuchtend, erscheint sie wie die Kreisscheibe an der Rückwand. Wird sie beleuchtet, erscheint sie plastisch, also dreidimensional wie die Styroporkugel. Zum Sehen gehören Licht und Schatten.

Hausaufgabe:

Beschreibe deine Empfindungen und deine Beobachtungen.
Wann erscheinen die Objekte zwei-, wann dreidimensional?

Bei der Beobachtung des Mondes mit einem Fernglas und der Sonne mit geeignetem Augenschutz lässt sich der im „Labor“ festgestellte Effekt auf eindrucksvolle Weise auch in der Natur wahrnehmen.

Hebelgesetz am Unterarm[1]

Verschiedene Untersuchungen haben gezeigt, dass das Herausstellen fächerübergreifender Zusammenhänge zwischen der Physik und der Biologie bzw. Medizin insbesondere bei Mädchen zu einer Steigerung der Motivation beiträgt.[2]

Folgendes Beispiel bringt das Hebelgesetz in Zusammenhang mit dem eigenen Körper:

➔ Welche Kraft bringt dein Bizeps beim Heben eines Massenstücks mit 5 kg auf?
➔ Wie lang sind jeweils die Hebelarme?

Mit Hilfe von Messungen am eigenen Unterarm bzw. am Unterarm des Nachbarn wird dabei Physik erlebbar.

Energieumwandlung bei einem Dynamo

Der scherzhaft gemeinte Spruch: „Bei uns kommt der Strom aus der Steckdose" entspricht für viele der Alltagserfahrung. Dass erheblicher Energieaufwand nötig ist, um die zahlreichen elektrischen Geräte in unserer Umgebung betreiben zu können, bleibt meist eine abstrakte Erkenntnis. Folgendes Experiment ist dazu geeignet, diesen Aufwand spürbar zu machen.

Während ein Schüler gleichmäßig an einem Dynamo kurbelt, werden schrittweise immer mehr Glühlämpchen parallel dazu geschaltet. Der unterschiedliche Energieaufwand, um die Lämpchen zum Leuchten zu bringen, ist beim Kurbeln deutlich spürbar, das Rechenergebnis wird durch diese Erfahrung bestätigt.

Menschen-Schaltungen

Folgendes Experiment ist gleichermaßen verblüffend wie lehrreich. Mehrere Schülerinnen und Schüler bilden eine Schlange und fassen sich gegenseitig an den Händen.
Der erste und der letzte Schüler berührt jeweils den Kontakt eines Stromkabels, das mit den Polen einer Flachbatterie verbunden ist (4,5 V genügen!). So entsteht ein geschlossener Stromkreis. In diesen Stromkreis wird ein empfindliches Stromstärkemessgerät geschaltet (μA-Bereich).
Auf diese Weise lassen sich Parallelschaltungen und auch kombinierte Schaltungen mit Menschenketten aufbauen. Über das Strommessgerät erfährt man, wie sich die Stromstärke ändert, wenn die Menschenschaltung an einer Stelle (in einem Teilzweig) durch Loslassen der Hände unterbrochen wird.

1_Weitere Informationen: **www.physik.uni-augsburg.de/did/content_german/software/muphy.htm**
2_**www.didaktik.physik.uni-muenchen.de/materialien/inhalt_materialien/phy_med_mech/index.html**

Dichte eines Menschen (Heimexperiment)

Zur Verknüpfung zwischen Alltagserlebnissen und physikalischen Inhalten können Heimexperimente eine wichtige Rolle spielen. Im „Erfahrungsbericht zum BLK-Programm SINUS in Bayern"[3] wurde darauf bereits ausführlich eingegangen.

Hier ein weiteres Beispiel:

Bestimme die Dichte deines eigenen Körpers mittels Waage und Badewanne.

Hilfsmittel: Personenwaage, Badewanne, 10 Liter-Eimer mit Skala, ein Helfer

Lass die Badewanne halb voll laufen und markiere den Wasserstand 1 mit einem geeigneten Stift oder einem Klebestreifen. Steige in die Badewanne und tauche unter. Dein Helfer markiert den neuen Wasserstand 2.
Verlasse die Badewanne und gieße mit Hilfe des Eimers Wasser in die Wanne, bis der Wasserstand 2 erreicht ist (Wassermenge in Litern mitzählen!). Das nachgefüllte Wasservolumen ist genauso groß wie das Volumen deines Körpers. Mit einer Personenwaage kannst du deine Masse bestimmen. Damit kannst du „Deine Dichte" berechnen.

Eine weiterführende Problemstellung könnte z. B. sein:

Bestimme die Dichte einer Semmel.

Weitere Möglichkeiten, Physik erfahrbar zu machen, sind im Internet unter **www.sinus-bayern.de** zu finden. Hierbei handelt es sich um Lernstationen zu Phänomenen der Brechung und Vorschläge für Erfinderwettbewerbe, die sich auch für Projekttage und Schulfeste eignen.

3_Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus: **Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts – Erfahrungsbericht zum BLK-Programm SINUS in Bayern.** München 2002

Aufgaben weiterentwickeln

Von Stefan Grabe und Wolf Kraus unter Mitarbeit von Karl Bögler, Dieter Fiedler, Martin Jochner, Axel Kisters, Claudia Schneider, Johann Staudinger

Kompetenzen entwickeln anhand neuer Aufgaben

Aufgaben werden bislang hauptsächlich zum Einüben oder Prüfen von Fachwissen eingesetzt. Sie können und sollten aber auch zur Entwicklung individueller Kompetenzen beitragen, wie sie von den Bildungsstandards[1] gefordert werden. Bei der Weiterentwicklung der Aufgabenkultur geht es darum, aufbauend auf der bewährten Praxis, Aufgabenstellungen und Methoden der Aufgabenbearbeitung zu entwickeln, die die Eigenaktivität der Schülerinnen und Schüler fördern und verstärkt auf die Kompetenzbereiche Erkenntnisgewinnung, Kommunikation und Bewertung abzielen. Diese Aufgaben können dann als Lernaufgaben ins Zentrum des Unterrichts rücken, zu Unterrichtsbeginn als Impuls bzw. zur Weiterführung begonnener Denkprozesse eingesetzt werden oder in Übungsphasen zur Vernetzung von früher Gelerntem dienen.

1 www.kmk.org/schul/home1.htm

Kennzeichen einer weiterentwickelten Aufgabenkultur

Weiterentwickelte Aufgaben weisen eines oder mehrere der folgenden Kennzeichen auf:

➔ Sie tragen dazu bei, dass die Lernenden beim **Wissensaufbau aktiv** sein können und sich mit dem angebotenen Material auf ihre Weise beschäftigen. So können die Schülerinnen und Schüler z. B. aufgefordert werden, selbst neue Aufgaben zu erstellen oder fehlende Informationen durch Eigenrecherche zu beschaffen.

➔ Sie vernetzen durch ihren **kumulativen Charakter** Grundwissen.

Beispiel: „Vergleiche das [dir neue] Handskelett der Haustaube mit dem [dir bekannten] des Menschen."

➔ Sie enthalten **offene Fragestellungen**, die Gelegenheit zur Entwicklung eigener Hypothesen und Lösungswege geben.

Beispiele: Erläutere an je einem Beispiel deiner Wahl die Fachbegriffe Homologie und Analogie.
Entwerfe ein Experiment, um herauszufinden, welche Farben Hunde sehen können.
Gegeben seien folgende zwei Kochrezepte zu Blaukraut […].
Finde eine Hypothese, warum das „Kraut" einmal blau und einmal rot gefärbt ist.

➔ Sie animieren dazu, z. B. anhand von Quelltexten, Bildern, Karikaturen eigene Fragestellungen zu formulieren.

➔ Sie beziehen sich auf vielfältige Materialien und fördern damit den Umgang mit unterschiedlichen Darstellungsformen (Text, Diagramm, ...) (vgl. Aufgabe „Katalysator aus dem All" S. 102).

➔ Sie stehen in einem aktuellen und motivierenden Kontext (Lebensweltbezug).

Die Kompetenzbereiche der Bildungsstandards als Anregungen für vielseitige Aufgabenstellungen

➔ Sie fordern Kompetenzen aus mehreren Bereichen.
Die Berücksichtigung der Kompetenzbereiche Fachwissen, Erkenntnisgewinnung, Kommunikation, Bewertung wird im folgenden Abschnitt ausführlich erläutert (vgl. auch Aufgabe „Mykorrhiza" S. 106).

Erstellung „neuer" Aufgaben

Zunächst soll in diesem Zusammenhang kurz auf die Kompetenzbereiche der Bildungsstandards eingegangen werden, da diese wichtige Anregungen für vielseitige Aufgabenstellungen liefern. Die KMK-Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss weisen für die naturwissenschaftlichen Fächer vier einheitliche Kompetenzbereiche aus, die in der folgenden Tabelle verkürzt dargestellt sind:

		Anforderungsbereiche		
		I	II	III
Kompetenzbereiche	Fachwissen	Wissen wiedergeben	Wissen anwenden	Wissen transferieren und verknüpfen
	Erkenntnisgewinnung	Fachmethoden beschreiben	Fachmethoden nutzen	Fachmethoden problembezogen auswählen und anwenden
	Kommunikation	Mit vorgegebenen Darstellungsformen arbeiten	Geeignete Darstellungsformen nutzen	Darstellungsformen selbständig auswählen und nutzen
	Bewertung	Vorgegebene Bewertungen nachvollziehen	Vorgegebene Bewertungen beurteilen und kommentieren	Eigene Bewertungen vornehmen

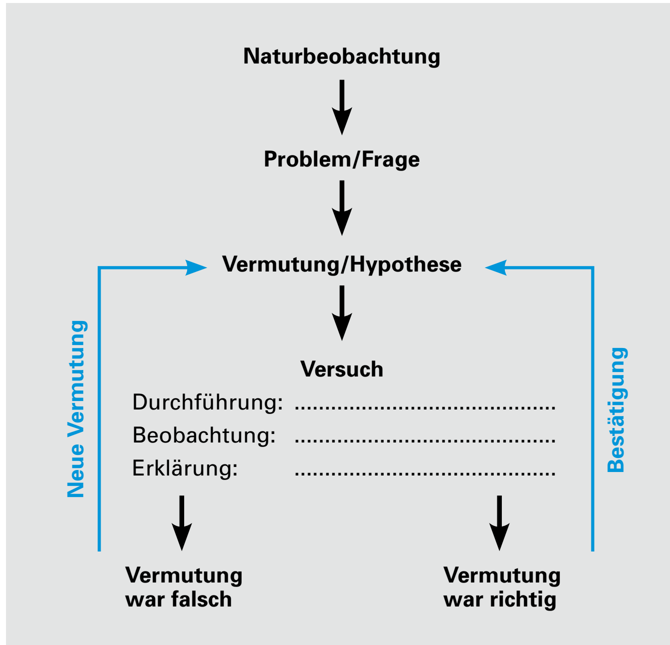
Hinweis: Eine ausführliche Tabelle und Erläuterungen zu den Anforderungsbereichen finden Sie unter **www.sinus-bayern.de**.

Die Praxis zeigt, dass diese Kompetenzbereiche eine Fundgrube für vielseitige und anspruchsvolle Fragestellungen sein können. Dies soll im Folgenden aufgezeigt und an Beispielen erläutert werden.

Kompetenzbereich Fachwissen

Die verschiedenen Anforderungsprofile in Bezug auf rein fachwissenschaftliche Inhalte sind im schulischen Alltag seit jeher verankert (bisher: Reproduktion, Reorganisation, Transfer bzw. problemlösendes Denken). Neue Impulse liefert eine Verknüpfung von Faktenwissen mit den Basiskonzepten, die im Lehrplan in den Fachprofilen ausgewiesen sind.

Kompetenzbereich Erkenntnisgewinnung



Ein Einhaken an verschiedenen Stellen des naturwissenschaftlichen Erkenntnisprozesses ermöglicht eine Vielzahl von Fragestellungen:
➔ Welche Fragestellungen lassen sich aus dieser (Natur-) Beobachtung ableiten?
➔ Nenne verschiedene Hypothesen zu diesem Problem.
➔ Welche Hypothese verfolgte der Experimentator?
➔ Plane ein Experiment, um ...
➔ Welche weiteren Bedingungen müsstest du kennen bzw. konstant halten?
➔ Was lässt sich aus der Beobachtung dieses Experiments folgern?
➔ Welche weiteren Experimente wären nötig, um ...?

Kompetenzbereich Kommunikation

Sehr wichtig als Basis für ein vertieftes Verständnis ist es, den gezielten Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen einzuüben:

➔ Erläutern und Interpretieren von Diagrammen, Karikaturen, ...

➔ Erstellen von Diagrammen, Mind-Maps, Strukturdiagrammen, ...
➔ Hefteintrag selbst entwerfen

Durch geeignete Unterrichtsformen sollte auch die Fähigkeit geübt werden, sach- und adressatengerecht zu argumentieren und Lösungsvorschläge zu begründen:
➔ Lernen durch Lehren (LDL)
➔ Expertenkongresse, Rollenspiele (planen), Diskussionen
(z. B. bei Suchtprävention, Tierhaltung, Tierzucht, ...)

Kompetenzbereich Bewertung

Hier bieten sich im Unterricht Fragestellungen zu ambivalenten Themen an, die sowohl fachliche als auch wertbezogene Urteile erfordern, wie im folgenden Beispiel, das dem Abschnitt C_{NTG} 10.1 des Chemielehrplans für das naturwissenschaftlich-technologische Gymnasium zugeordnet werden kann:

Aufgabenbeispiel „Katalysator aus dem All“

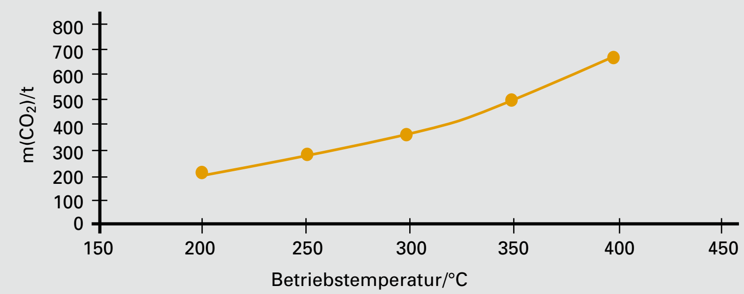
Material 1:

Zur großtechnischen Herstellung eines halogenhaltigen Kunststoffs wird u. a. ein bestimmter Metalloxid-Katalysator verwendet. Seit kurzem aber preisen entsprechende Fachzeitschriften für diesen Produktionsprozess einen neu entwickelter Polymer-Katalysator an und weisen zudem auf einen interessanten Meteoritenfund hin:
Dieser Meteorit enthalte ein auf der Erde selten vorkommendes Metall, das sich nach ersten Tests mit geringsten Mengen ebenso als Katalysator für den oben genannten Prozess eignet. Bei der Verwendung der folgenden Katalysatoren wurde zudem festgestellt, dass in Abhängigkeit von der Temperatur unterschiedliche Nebenreaktionen ablaufen. Bei diesen Nebenreaktionen entstehen teilweise nicht unerhebliche Mengen an hochgiftigem Dioxin. Die im Vergleich der drei Katalysatoren erhobenen Daten wurden in folgender Tabelle dargestellt:

Katalysator	Kunststoffausbeute bei 200 °C	Kunststoffausbeute bei 400 °C	Katalysatorpreis pro kg	Nebenprodukt Dioxin in µg bei 200 °C	Nebenprodukt Dioxin in µg bei 400 °C
herkömmlicher Metalloxid-Kat.	35 %	50 %	270 €	nicht nachweisbar	> 3
neu entwickelter Polymer-Kat.	37 %	65 %	350 €	< 1	> 2
Metall-Kat. aus dem Meteoriten	50 %	40 %	---	nicht nachweisbar	> 2

Material 2:

CO_2-Jahresemission bei der großtechnischen Kunststoffproduktion



Fragestellung
Bewerte die Eignung der drei Katalysatoren anhand der gegebenen Daten. *[Bewertung III]*

Erwartungshorizont:
Anzahl der Sichtweisen: ökonomisch, ökologisch; Anzahl der logischen Argumente

Ökologisch: Umweltschutz fordert niedrige CO_2-Emission: Meteorit oder neuer Katalysator bei niedrigen Temperaturen geeignet;
Problem: Entstehung von Dioxin, Meteorit oder Metalloxid bei 200°C, aber sehr wenig für Großproduktion vorhanden (Meteorit)

Ökonomisch: sehr gute Ausbeute bei 400°C aber höhere Kosten, Katalysator wird nicht „verbraucht“ (Polymerkatalysator)

Gewichtung der einzelnen Argumente nötig, da aus ökologischen Gesichtspunkten der Meteorit bzw. ein Metalloxid, aus ökonomischen Gesichtspunkten der neue Polymerkatalysator besser geeignet ist.

Weitere geeignete Themenbereiche sind Schädlingsbekämpfung (z. B. DDT gegen Überträger der Malaria), Tierhaltung, Gentechnik, Präimplantationsdiagnostik und Schwangerschaftsabbruch.

Weitere Strategien bei der Aufgabenerstellung

Verwendung von Operatoren

Eindeutige Arbeitsanweisungen (Operatoren), wie sie in den Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA)[2] angegeben sind, machen die Aufgabenstellung klarer und liefern Anregungen bei der Erstellung der Fragen.

Operator	Beschreibung der erwarteten Leistung
Ableiten	Auf der Grundlage wesentlicher Merkmale sachgerechte Schlüsse ziehen
Analysieren und Untersuchen	Wichtige Bestandteile oder Eigenschaften auf eine bestimmte Fragestellung hin herausarbeiten; Untersuchen beinhaltet ggf. zusätzlich praktische Anteile.
Auswerten	Daten, Einzelergebnisse oder andere Elemente in einen Zusammenhang stellen und ggf. zu einer Gesamtaussage zusammenführen
Begründen	Sachverhalte auf Regeln und Gesetzmäßigkeiten bzw. kausale Beziehungen von Ursachen und Wirkung zurückführen
Beschreiben	Strukturen, Sachverhalte oder Zusammenhänge strukturiert und fachsprachlich richtig mit eigenen Worten wiedergeben
Beurteilen	Zu einem Sachverhalt ein selbständiges Urteil unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formulieren und begründen
Bewerten	Einen Gegenstand an erkennbaren Wertkategorien oder an bekannten Beurteilungskriterien messen
Darstellen	Sachverhalte, Zusammenhänge, Methoden etc. strukturiert und gegebenenfalls fachsprachlich wiedergeben
Diskutieren synonym wird verwendet: Erörtern	Argumente und Beispiel zu einer Aussage oder These einander gegenüberstellen und abwägen
Erklären	Einen Sachverhalt mit Hilfe eigener Kenntnisse in einen Zusammenhang einordnen sowie ihn nachvollziehbar und verständlich machen
Erläutern	Einen Sachverhalt veranschaulichend darstellen und durch zusätzliche Informationen verständlich machen
Ermitteln	Einen Zusammenhang oder eine Lösung finden und das Ergebnis formulieren
Hypothese entwickeln; synonym wird verwendet: Hypothese aufstellen	Begründete Vermutung auf der Grundlage von Beobachtungen, Untersuchungen, Experimenten oder Aussagen formulieren

2_Aus: **Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Biologie** (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 01.12.1989 i. d. F. vom 05.02.2004

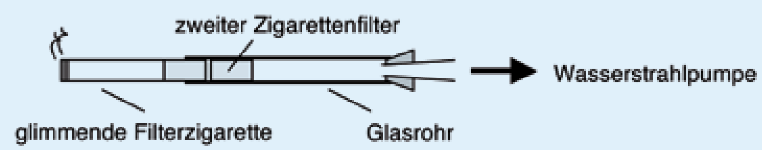
Interpretieren synonym wird verwendet: Deuten	Fachspezifische Zusammenhänge in Hinblick auf eine gegebene Fragestellung begründet darstellen
Nennen synonym wird verwendet: Angeben	Elemente, Sachverhalte, Begriffe, Daten ohne Erläuterungen aufzählen
Protokollieren	Beobachtungen oder die Durchführung von Experimenten detailgenau zeichnerisch einwandfrei bzw. fachsprachlich richtig wiedergeben
Skizzieren	Sachverhalte, Strukturen oder Ergebnisse auf das Wesentliche reduziert übersichtlich grafisch darstellen
Stellung nehmen	Zu einem Gegenstand, der an sich nicht eindeutig ist, nach kritischer Prüfung und sorgfältiger Abwägung ein begründetes Urteil abgeben
Überprüfen bzw. Prüfen	Sachverhalte oder Aussagen an Fakten oder innerer Logik messen und eventuelle Widersprüche aufdecken
Vergleichen	Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln
Zeichnen	Eine möglichst exakte grafische Darstellung beobachtbarer oder gegebener Strukturen anfertigen
Zusammenfassen	Das Wesentliche in konzentrierter Form herausstellen

Aufgreifen von Alltagssituationen

Anhand einer Situation aus dem Schüleralltag sollen Aufgabenstellungen für die vier Kompetenzbereiche in den verschiedenen Anforderungsbereichen vorgestellt werden. Im Unterricht wird man nur wenige dieser Aufgaben auswählen können. Es bietet sich dadurch eine gute Möglichkeit zur Binnendifferenzierung.

Gesundheitsgefährdung durch Rauchen

Beim Wandertag wird deine Schulklasse von einem Platzregen überrascht. Ihr findet glücklicherweise schnell ein Lokal, in dem ihr euch unterstellen und stärken könnt.
Da die rauchfreie Gaststube zu klein ist und sich im Raucherraum nur ein Gast befindet, lässt euch euer Lehrer hier Platz nehmen. Obwohl euer Lehrer den Raucher scharf dazu auffordert, will dieser seine Zigarette nicht ausmachen.
Am Tag danach greift der Lehrer das Thema Rauchen noch einmal auf und führt folgenden Versuch dazu durch:



Mögliche Aufgabenstellungen:

		Anforderungsbereiche		
		I	II	III
Kompetenzbereich	Fachwissen	Stelle die möglichen gesundheitlichen Folgen für den Raucher dar.	Stelle dar, welche Folgen die Entscheidung des Rauchers auf deine Gesundheit haben könnte.	Ein Mitschüler erklärt, dass er als Sportler lieber auf das Passivrauchen verzichten möchte. Erkläre, warum viele Sportler seine Einstellung teilen.
	Erkenntnisgewinnung	Protokolliere den Versuch sachgerecht.	Stelle eine Vermutung auf, die der Lehrer mit diesem Versuch überprüfen kann?	Ein Zigarettenhersteller behauptet, dass bei Wasserpfeifen, wo der Rauch vor dem Einatmen zunächst durch Wasser geleitet wird, sämtlicher in den Zigaretten enthaltene Teer vom Wasser aufgenommen wird. Plane einen einfachen Versuch, um diese Behauptung zu überprüfen.
	Kommunikation	Dein Banknachbar übernimmt im Rollenspiel die Rolle des Rauchers. Kläre ihn über die möglichen gesundheitlichen Folgen des Rauchens auf.	Nachdem du den Raucher über die wahrscheinlichen gesundheitlichen Schäden des Rauchens aufgeklärt hast, erwidert dieser, dass die Raucher in der Werbung schließlich auch wie das „blühende Leben“ aussehen. Nimm dazu Stellung.	Schlage dem Raucher im Lokal einen Kompromiss vor, um diese „verfahrene“ Situation zu lösen.
	Bewertung	Gib die Beweggründe deines Lehrers wieder, den Gast aufzufordern das Rauchen einzustellen.	Als der Raucher auch dir eine Zigarette anbietet, schreitet der Lehrer ein. Bewerte das Verhalten deines Lehrers.	Nimm begründet Stellung zur beschriebenen Situation.

Umkehrung und Variation bestehender Aufgaben (z. B. aus alten Tests oder Schulbüchern)

Aufgabenbeispiel „Mykorrhiza“

Anregungen dazu bieten die folgenden Aufgabenvariationen zum Thema „Mykorrhiza“, die im achtjährigen Gymnasium z. B. dem Lehrplanabschnitt B 10.3 „Grundlegende Wechselbeziehungen zwischen Lebewesen“ zugeordnet werden können:

Nach der Behandlung der Thematik „Mykorrhiza“ im Unterricht wurde folgende Aufgabe in einer schriftlichen Leistungserhebung in

der 8. Jahrgangsstufe (neunjähriges Gymnasium) gestellt:

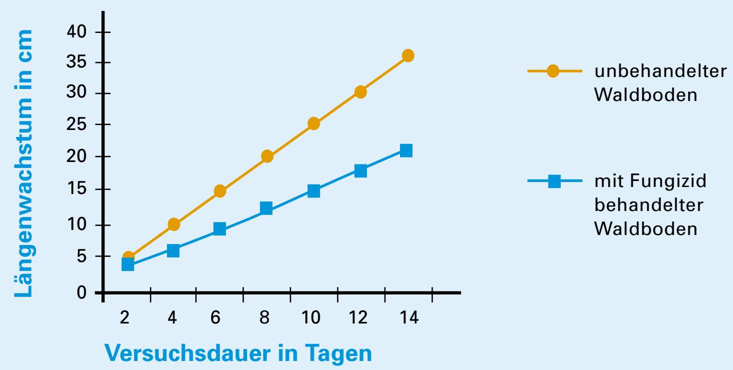
Aufgabe

> In einem Forschungslabor wurde folgendes Experiment durchgeführt:
> 1000 Fichtenkeimlinge wuchsen unter gleichen Bedingungen.
> Allerdings wurde der Boden bei 500 Keimlingen vor dem Experiment mit einem Fungizid (= pilztötendes Mittel) behandelt. Diese Keimlinge wuchsen vergleichsweise schlechter.
> Erkäre diese Beobachtung.

Die Aufgabenstellung könnte mit dem Ziel der Berücksichtigung der vier Kompetenzbereiche der Bildungsstandards wie folgt verändert werden:

Aufgabenvariation 1:

> In einem Forschungslabor wurde folgendes Experiment durchgeführt:
> Die Länge von 1000 Keimlingen einer Fichte wurde zwei Wochen lang alle zwei Tage gemessen.
> Vor dem Experiment wurde bei 500 Keimlingen der Boden mit einem Fungizid (= pilztötendes Mittel) behandelt. Alle 1000 Keimlinge wuchsen ansonsten unter gleichen Bedingungen, d. h. auch in demselben natürlichen Waldboden.
> Die Versuchsbeobachtungen sind in folgender Grafik dargestellt.



> 1. Beschreibe die Kurvenverläufe [Kommunikation I] und erkläre die Beobachtungen. [Fachwissen II]
> 2. Welche Fragestellung wollten die Wissenschaftler mit diesem Experiment überprüfen? [Erkenntnisgewinn III]
> 3. Nenne die Bedingungen, die bei diesem Experiment gleich gehalten werden müssen. [Erkenntnisgewinn II]
> 4. Bewerte den Fungizideinsatz auf Feldern in unmittelbarer Waldnähe. [Bewertung III]

<u>Aufgabenvariation 2:</u>
Aufgabentext wie oben.

Erstelle ein beschriftetes Diagramm zu den erwarteten Beobachtungen *[Kommunikation III]* und begründe die Kurvenverläufe. *[Fachwissen II]*

<u>Aufgabenvariation 3:</u>

Wissenschaftler möchten überprüfen, ob Mykorrhiza-Pilze auch das Wachstum von Fichtenkeimlingen beeinflussen.
Plane ein geeignetes Experiment zur Überprüfung dieser Fragestellung. *[Erkenntnisgewinn III]*

Erwartungshorizont: Blindprobe, Fungizideinsatz, nur eine Variable, geeignete Versuchsdauer, evtl. höhere Stichprobenzahl

<u>Weitere mögliche Varianten:</u>
➔ Legende zuordnen; *[Kommunikation II]*
➔ einen Graph vorgeben, den zweiten dazuzeichnen; *[Kommunikation II]*
➔ Vorteile hoher Stichprobenanzahl diskutieren; *[Erkenntnisgewinn I]*
➔ Wie geht Wachstum beim Keimling vonstatten? Was tragen Mykorrhiza-Pilze bei? *[Fachwissen I]*

Erstellen neuer Aufgaben unter Zuhilfenahme fachlicher Sachverhalte

Als Ausgangsmaterial können Quelltexte, Abbildungen, Diagramme aus Schul- oder Fachbüchern, Zeitschriften oder Zeitungen dienen.

Aufgabenbeispiel „Mineralwasser“:
Die Erstellung von Aufgaben mit Hilfe von Quelltexten soll am Beispiel des Artikels „Mineralwasser – Aus der Quelle in die Flasche“ in Spektrum der Wissenschaft August 2003 verdeutlicht werden. Die folgenden Aufgaben lehnen sich teilweise nicht direkt an das vorgegebene Material an. Der Text stellt vielmehr Anregungen zur Verfügung.

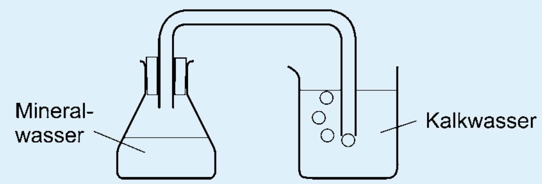
Mögliche Aufgabenstellungen:

1. Stelle folgende Inhaltsangabe eines ausgewählten Mineralwassers mit Hilfe eines selbst gewählten, geeigneten Diagramms dar. *[K II]*

Angabe in mg/l: Kationen: Natrium 36,9; Kalium 4,6; Calcium 272,4; Magnesium 71,3; Mangan <0,05; Anionen: Fluorid <0,3; Chlorid 95,7; Nitrit <0,02; Nitrat <2; Sulfat 597,6; Hydrogencarbonat 390.

2. Gegeben sind drei verschiedenen Mineralwässer. Diskutiere auf Grundlage der Inhaltsangabe, welches Mineralwasser die höchste Qualität besitzt. *[B II]*

3. Folgendes Experiment wurde durchgeführt:
Ein Mineralwasser wird in einem Kolben bis zur Siedetemperatur erhitzt. Die ausgetriebenen Gase werden durch ein Glasrohr in Kalkwasser geleitet. Bei Einleitung der Gase wird eine Trübung des Kalkwassers beobachtet.



Welche Fragestellung könnte der Experimentator gehabt haben? *[F I/E II]*

Vier weitere Mineralwässer sollen miteinander durch den oben beschriebenen Versuch verglichen werden. Welche Faktoren müssen dabei konstant gehalten werden? *[E II]*

Welche Fragestellung könnte damit verbunden werden? *[E II]*

Erzeugen von Problemen durch zu viele (unnötige) Angaben oder das Weglassen erforderlicher Informationen (über- und unterbestimmte Aufgaben). Eine Aufgabe hierzu sowie die anderen Beispiele sind unter **www.sinus-bayern.de** zu finden.

Von Christoph Hammer

Durch Aufgaben gesteuerter Mathematikunterricht

Bereits in der 2002 veröffentlichten Broschüre[1] wurde ausführlich auf unterschiedliche Aspekte der Weiterentwicklung der Aufgabenkultur eingegangen. Welche Rolle die Bildungsstandards in diesem Zusammenhang spielen können, wurde in diesem Heft im vorangegangenen Kapitel erläutert und mit Beispielen aus der Biologie und der Chemie verdeutlicht. Die wesentlichen Gedanken sind auf andere Fächer, insbesondere auch auf die Mathematik übertragbar. In diesem Abschnitt sollen daher lediglich ergänzende Aspekte behandelt werden.

Rolle von Aufgaben im Mathematikunterricht

Aufgaben haben im Mathematikunterricht eine zentrale Bedeutung. Mehr als in anderen Schulfächern stehen sie im Mittelpunkt, wenn es darum geht, abstrakte Zusammenhänge zu veranschaulichen, Algorithmen einzuüben und letztlich den erreichten Lernstand zu überprüfen. Damit sind wichtige Rollen von Aufgaben angesprochen: Sie dienen der Veranschaulichung, dem reproduzierenden Üben und werden zu Prüfungszwecken eingesetzt.

Ein wesentlicher Aspekt, der sowohl den eingefleischten Mathematiker als auch den Einsteiger an Aufgaben reizen kann, kommt dabei zu kurz: Es fehlt die Herausforderung, Mathematik zu „treiben“ (P. Gallin). Damit ist eine entscheidende Komponente angesprochen, die dieses Fach reizvoll machen kann.

Durch geeignete Aufgaben können persönliche Auseinandersetzungen und selbständige Entdeckungen provoziert werden. Um diese Erfahrungen zu ermöglichen, kommt es darauf an, anregende Probleme in den Mittelpunkt des Unterrichts zu stellen und vor der Besprechung der Theorie eine persönliche Auseinandersetzung zu veranlassen. Eine entsprechende didaktische Konzeption stellen Ruf/Gallin[2] mit dem „Dialogischen Lernen“ vor, das in dem Dreiklang **„Ich – Du – Wir“** kurz zusammengefasst ist.
In einem ersten Schritt setzen sich die Schüler individuell mit einer

1_Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus: **Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts – Erfahrungsbericht zum BLK-Programm SINUS in Bayern**, München 2002
2_Gallin P., Ruf U.: **Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik**. 2 Bände, Kallmeyer; Seelze 1998

Aufgabenstellung („Auftrag“; s. u.) auseinander (Ich). Dann treten sie in den Dialog mit einem „Du“ (Lehrer, Mitschüler), das konstruktive Rückmeldungen gibt. Dabei geht es nicht um Fehlersuche, sondern um Verstärkung hilfreicher oder sogar origineller Ansätze. Schließlich wird das Regelhafte, die saubere mathematische Lösung für alle gemeinsam festgehalten (Wir).
Dieses „Ich – Du – Wir – Prinzip“ konnten sich schon viele Lehrkräfte zu eigen machen, auch wenn sie den methodischen Vorschlägen von Gallin/Ruf nicht folgen wollten. Schon die Tatsache überzeugt, dass Lernende, die sich schon mehr oder weniger erfolgreich mit einer fachlichen Fragestellung auseinandergesetzt haben, wesentlich stärkeres Interesse an der Lösung haben, als wenn es um bloße Reproduktion geht. Wer einmal begonnen hat, sich mit einem Problem zu beschäftigen, möchte auch wissen, „wie es geht“.
Die vier folgenden Beispiele zeigen differenzierende Problemstellungen, die allen Schülerinnen und Schülern einen Einstieg ermöglichen und anspruchsvolle Herausforderungen beinhalten. Während die ersten drei Aufgaben eher der Einführung und Erarbeitung neuer Themen dienen, bietet das vierte Beispiel Anregungen für Übungsphasen.

Beispiele

Einstiegsaufgabe mit interessantem Kontext

Im ersten Beispiel soll Anregungsmaterial vorgestellt werden, das sich dazu eignet, vor der Einführung des Steigungsbegriffs in der 8. bzw. 9. Jahrgangsstufe Schülerinnen und Schüler mit der Thematik zu konfrontieren.

Marsmensch auf Talfahrt

Wer an den X-Speed-Weltmeisterschaften in Verbier in der Schweiz teilnimmt, muss ein bisschen irre sein. Die Skier sind irre lang (2,50 Meter), die Piste ist irre steil (bis zu 90 Prozent Gefälle), dazu noch dieser irre Anzug. Die hautenge Latex-Pelle und der aerodynamisch geformte Helm sollen den Luftwiderstand minimieren. Die Speed-Ski-Fahrer werden irre schnell – der Italiener Simone Origone (*Foto: dpa*) hält den Weltrekord mit 251,21 Stundenkilometern, der Schweizer Philipp May erreichte vergangenes Jahr 250 Stundenkilome-
(...)

Die Zeitungsmeldung aus der SZ vom 21.4.2007 bietet durch den Vergleich zwischen der Photografie und der Angabe „bis zu 90 % Gefälle" einen guten Anknüpfungspunkt. Mögliche Aufgabenstellungen ergeben sich von selbst. Physikalische Fragestellungen zu dieser Thematik sind bei **www.leifiphysik.de** (Jahrgangsstufe 11 (neunjähriges Gymnasium) unter „Musteraufgaben") zu finden.
Die Einführung neuer Themen anhand konkreter Aufgabenbeispiele ist häufig empfehlenswert und lässt sich durch vorzeitige Bearbeitung interessanter Aufgaben (auch aus dem Lehrbuch) einfach realisieren.

Aufgabe zum Argumentieren und Kommunizieren[3]

Aus gleichartigen Würfeln wird eine Anordnung gelegt, die von der Seite wie Bild 1 und von vorne wie Bild 2 aussieht.

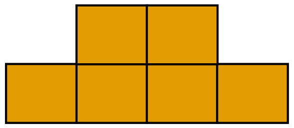


Bild 1

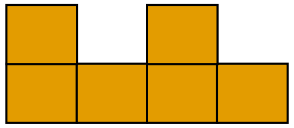
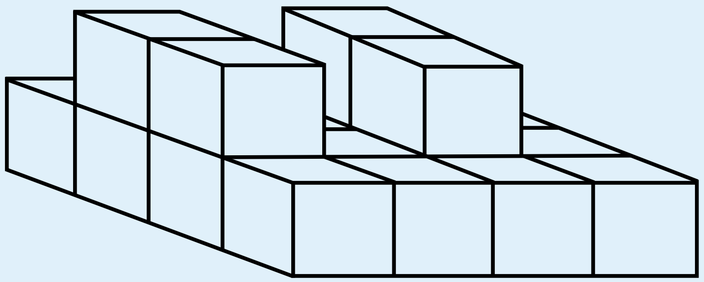


Bild 2

Wenn man 20 Würfel verwendet, ergibt sich nebenstehendes Schrägbild.



a) Kann man auch mit weniger Würfeln auskommen, um obige Ansichten zu erhalten?
b) Gibt es eine Mindestanzahl?

Diese Aufgabe hat die überraschende Lösung, dass lediglich 6 Würfel ausreichen. Entfernt man nach und nach unnötige Würfel, so muss jeder Schritt begründet werden. Schließlich liegt der Beweis der Vermutung, dass weniger als 6 Würfel nicht ausreichen, auf der Hand, wenn man beim Blick von oben erkennt, dass in jeder Zeile und jeder Spalte des 4 x 4-Rasters der unteren Schicht genau

3_Nach de Lange, J., Utrecht: persönliche Mitteilung

ein Würfel liegt. Eine Animation dieses Vorgehens ist unter **www.sinus-bayern.de** zu finden.
Bei dieser Aufgabe sind selbständige Auseinandersetzung und Kommunikation mit Partnern wichtig. Sie hat einen motivierenden, handlungsorientierten Zugang und ist ein schönes Beispiel für eine anspruchsvolle Aufgabe zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens. Darüber hinaus regt sie zur kritischen Auseinandersetzung mit Darstellungen an, bei denen Informationen fehlen.

Differenzierender Auftrag

Um alle Schüler herauszufordern und zu aktivieren, sind differenzierende Aufträge günstig, die sinnvolle mathematische Beschäftigung auf jedem Niveau ermöglichen. Sie sind gut formuliert, wenn drei Aspekte enthalten sind:
Der **Einstieg** soll zum Problem hinführen und für niemanden eine unüberwindliche Hürde darstellen. Im Mittelpunkt muss selbstverständlich eine gehaltvolle mathematische Problemstellung zum aktuellen Lehrplanstoff – der **Kern der Sache** – stehen. Der dritte Aspekt eines differenzierenden Auftrags lädt die Lernenden zu einem geistigen Höhenflug ein, der manchmal nicht jedem gelingt. Diese „**Rampe**" kann Verbindungen herstellen, Entdeckungen ermöglichen und neue Problemlösestrategien verlangen. Oft steckt in der Rampe auch eine Verallgemeinerung des im Kern der Aufgabe behandelten Spezialfalls.
Ausgangspunkt des folgenden Beispiels ist einfache Bruchrechnung, durch anspruchsvollere Wahl der gegebenen Ziffern kann der Schwierigkeitsgrad erhöht werden. Kern der Sache ist ein Abzählproblem:

Einstieg:
Es sind die Zahlen 1, 2 und 3 gegeben. Bilde alle möglichen Brüche aus jeweils zwei dieser Zahlen und sortiere sie der Größe nach. (Mehrfachverwendung erlaubt!)

Kern der Sache:
Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn du die Zahlen 1, 2, 3, 5, 7 verwendest? Wie viele dieser Brüche sind kleiner als 1?

Rampe:
Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn du die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., n verwendest? Sind die Brüche alle verschieden? Forsche weiter!

Im Unterricht sollte zunächst sicher gestellt werden, dass alle Lernenden die Aufgabenstellung genau verstanden haben und wissen, um welche Objekte es geht. Hier heißt das, es sind Brüche mit einstelligem Zähler und einstelligem Nenner aus den gegebenen Zahlen zu bilden, wobei diese auch mehrfach verwendet werden dürfen.

Verwendet man zur Lösung eine tabellarische Darstellung, so wird schnell klar, dass die Anzahl der Möglichkeiten das Quadrat der Anzahl der verfügbaren Zahlen ist.

	1	2	3
1	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$

	1	2	3	5	7
1	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{7}{1}$
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{3}$
5	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{7}{5}$
7	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{7}{7}$

Die Frage nach der Anzahl möglicher Brüche kleiner 1 kann dann direkt oder – gelöst von konkreten Zahlen – durch Veranschaulichung mit Plättchen leicht beantwortet werden:

$$\frac{n^2 - n}{2} = \frac{n\,(n-1)}{2}$$

Dieses Ergebnis beinhaltet auch die Lösung des berühmten Problems des kleinen Gauß, bei dem die Summe der natürlichen Zahlen kleiner oder gleich n – 1 (in der hier verwendeten Zählweise) zu berechnen ist. Eine ausführliche Darstellung dieses sehr anschaulichen Beweises der Summenformel von Gauß und Lösungshinweise zur „Rampe“ sind unter **sinus-bayern.de** zu finden.

Produktives Üben auch mit Plantagenaufgaben

Zweifellos bleibt die häufig praktizierte Übung und Sicherung von Routinen eine wesentliche Rolle der Aufgabenbearbeitung im Unterricht und zu Hause. Hier soll gezeigt werden, wie durch geeignete Fragestellungen nachhaltige Erfolge durch Übungen erzielt werden können, die über „blindes“ Trainieren unverstandener Algorithmen hinaus gehen. Den häufigen Klagen vieler Lehrkräfte, ihre Schülerinnen und Schüler würden immer wieder unangemessene Lösungsmethoden verwenden, stehen zu selten Unterrichtsaktivitäten gegenüber, die die adäquate Wahl des Lösungswegs in den Mittelpunkt stellen. Dazu ein Beispiel: Es kommt durchaus vor, dass Lernende die Gleichung $3x^2 = 48$ mit der Formel oder mit quadratischer Ergänzung lösen. Bei Aufgaben, wie: $x(x + 2) = 0$ wird vielleicht nach dem Ausmultiplizieren ebenso verfahren. Dem kann entgegengewirkt werden, indem man bei Aufgabenserien[4] nicht nur den im Buch formulierten Auftrag gibt:

Berechne die Nullstellen:

a) $x^2 + 8 = 0$	b) $(2x + 2)x = 2$	c) $x^2 + x = 2x - 2$	d) $x^2 - 13x = 0$
e) $-x^2 + 3x = x^2$	f) $2 + x + x^2 = 2$	g) $x^2 + 6x + 5 = 0$	h) $x\,(x + 2) = 0$
i) $x^2 + 2 - 15x = 0$	j) $2x^2 - 5 = 2x + 5$	k) $x = x^2$	l) $x + 2 + x^2 + 2 = 0$
m) $x\,(x + 2) = 0$	n) $x\,(x + 2) = 2$	o) $2x^2 + 2\,(x - 2) + 3 = 0$	p) $2\,(x + 2)\,(x - 2) = 0$

Anregende Fragen könnten hier sein:
→ Bilde Gruppen und begründe deine Entscheidung.
→ Welche Aufgaben kannst du schon lösen, welche nicht? Warum?
→ Welche Aufgaben können durch kleine Umformungen vereinfacht werden?

Solche Fragen schulen den Blick auf die unterschiedlichen Problemstellungen und die bewusste Auswahl von Lösungsverfahren. Sie sind differenzierend, da sie auf unterschiedlichem Niveau bearbeitet werden können: manche Jugendliche müssen mehr oder weniger Aufgaben ausrechnen und manche werden bereits souverän Strukturen erkennen. Nebenbei sind solche Fragen unabhängig vom aktuellen Thema und können in beliebigen Zusammenhängen sinnvoll gestellt werden.

4_Nach Leuders, T.: **Reflektieren-des Üben auch mit Plantagen-aufgaben in MNU 59/5.** Verlag Klaus Seeberger; Neuss, 2006

Erfahrungen

Von Doris Drexl

Ergebnisse der prozessbegleitenden Evaluation

Vorbemerkungen

Das Programm SINUS-Transfer wurde von 2004 bis 2007 prozessbegleitend evaluiert. Dabei wurde jährlich mit Fragebögen die Akzeptanz der Teilnehmerinnen und Teilnehmer in Bezug auf Teilnahmemotivation, Relevanz für den Unterricht, Zufriedenheit mit der Arbeit der Koordinatoren, Entwicklung des Unterrichts und Kooperation erfragt. Die bereits vorliegenden Ergebnisse der drei Erhebungswellen 2004–2006 zeigten nur geringe Unterschiede zwischen den Tandems und zwischen den Schularten. Deshalb sind in dieser Broschüre stets die Mittelwerte über die Gesamtstichprobe abgebildet. Gleichwohl sind diese geringen Unterschiede ein wichtiges Ergebnis der Erhebungen, zeigen sie doch, dass das Konzept unabhängig von der persönlichen Färbung durch die einzelnen Tandems in den drei beteiligten Schularten erfolgreich ist.

Relevanz und Produktivität der Fortbildungsveranstaltungen

Die folgende Abbildung liefert einen Überblick über die grundsätzliche Einschätzung der Relevanz und Produktivität der Fortbildungsveranstaltungen, dem Kernstück des SINUS-Transfer-Programms. Konkret sollten die Befragten Folgendes beurteilen:

➔ Verwenden die beteiligten Lehrerinnen und Lehrer Material anderer Lehrkräfte ihrer Schule und anderer Schulen für ihren Unterricht?
➔ Sind die Beiträge der anderen Teilnehmerinnen und Teilnehmer in den Fortbildungsveranstaltungen hilfreich, verlaufen die Treffen stets effektiv, finden Diskussionen auf hohem fachlichem Niveau statt und tragen sie zum Lernziel in den Veranstaltungen bei?
➔ Zusätzlich wurde nach der gegenseitigen Inspiration und der Dominanz einzelner Personen in den Veranstaltungen gefragt.

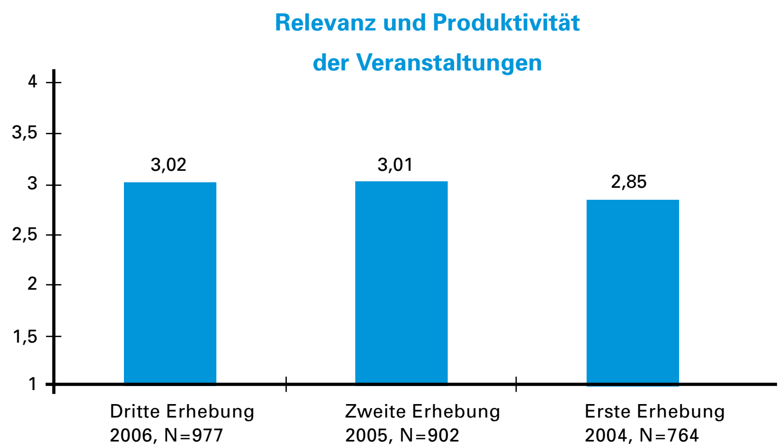


Abb 2: Relevanz und Produktivität der Veranstaltungen; Skala von 1 („niedrige Relevanz“) bis 4 („hohe Relevanz“)

Die Gesamtmittelwerte weisen auf eine positive Einschätzung der Fortbildungsveranstaltungen bezüglich der genannten Fragen hin.

Zufriedenheit mit der Arbeit der Koordinatorinnen und Koordinatoren

Im Rahmen der Akzeptanzbefragung interessierte besonders die Zufriedenheit mit der Arbeit der Koordinatorinnen und Koordinatoren. Folgende inhaltliche Aspekte wurden in diesem Zusammenhang gefragt:
➔ Geben die Koordinatorinnen und Koordinatoren Anregungen, die dazu führen, dass die Lehrkraft ihren Unterricht überdenkt und ändert?
➔ Zeigen sie Interesse für den Stand der Arbeit in den Arbeitsgruppen und für Probleme und Schwierigkeiten, die auftreten können?
➔ Lassen die Koordinatoren Raum für eigene Vorstellungen und für die Bearbeitung der Module, geben sie konstruktive Rückmeldungen, verhalten sie sich kollegial und sorgen für eine entspannte Atmosphäre bei den Fortbildungsveranstaltungen?
➔ Wirken sie persönlich interessiert, mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht zu verbessern und geben sie hilfreiche Unterstützung für eine strukturierte Arbeit?

Zufriedenheit mit der Arbeit der Koordinatorinnen und Koordinatoren

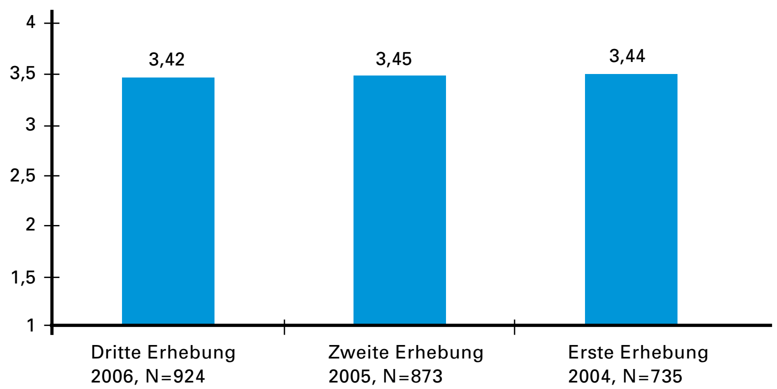


Abb 3: Zufriedenheit mit der Arbeit der Koordinatoren und Koordinatorinnen; Skala von 1 („geringe Zufriedenheit“) bis 4 („hohe Zufriedenheit“)

Auch bei der Zufriedenheit mit den Koordinatorinnen und Koordinatoren weisen die Ergebnisse in den drei Erhebungen sehr hohe Gesamtmittelwerte auf.

Wahrgenommene Entwicklungen und positive Aspekte

Bei der Auswertung der Befragungsergebnisse wurden die Einschätzungen der Lehrkräfte hinsichtlich einer bereits eingetretenen Veränderung ihres Unterrichts zusammengefasst. Diese beinhalten beispielsweise die Chance für Neues im Unterricht oder eine positive Grundhaltung, die sich in einer Aufbruchstimmung, Freude und Zuversicht für Neues im Unterricht manifestiert.

Wahrgenommene Entwicklungen und positive Aspekte

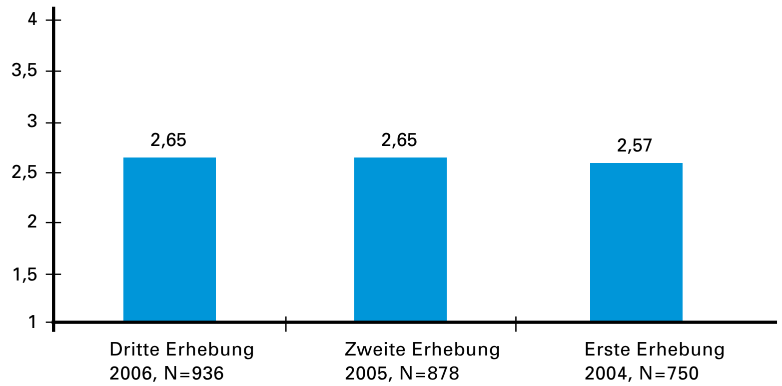


Abb 4: Wahrgenommene Entwicklungen und positive Aspekte; Skala von 1 („wenig Entwicklung und wenig positive Aspekte“) bis 4 („viel Entwicklung und viele positive Aspekte“)

Die Werte zeigen eine Tendenz zum positiven Bereich, spiegeln aber auch wider, dass die Veränderung der eigenen Unterrichtspraxis ein Prozess ist, der geraume Zeit beansprucht.

Kooperation innerhalb und außerhalb der Schule

Schließlich wurden im Fragebogen Kooperationsformen wie der Austausch von Unterrichtsmaterialien und Prüfungsaufgaben sowie kooperative Weiterentwicklung des Unterrichts berücksichtigt:

Kooperationen

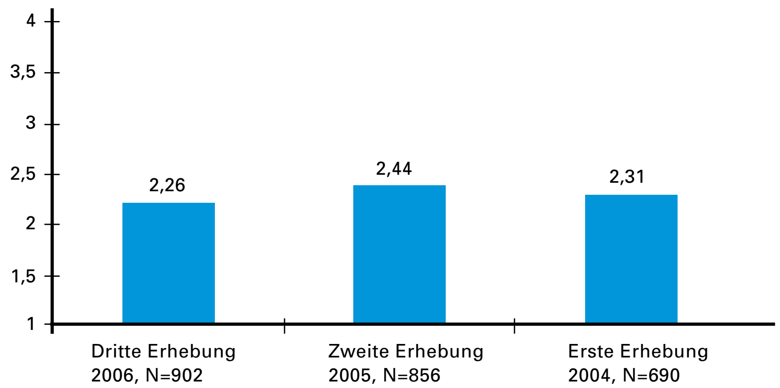


Abb 5: Kooperation; Skala von 1 („nie“) bis 5 („fast jeden Tag“); (Abstufungen: „nie“, „1-2mal im Halbjahr“, „monatlich“, „wöchentlich“ und „fast jeden Tag“).

Auch hier weisen die Mittelwerte der Gesamtstichprobe noch etwas niedrige Werte auf. Eine regelmäßige Kooperation untereinander scheint bei den Lehrkräften noch nicht zur Routine geworden zu sein. Eine detailliertere Auswertung zeigt, dass es hinsichtlich der Kooperation merkliche Unterschiede zwischen den Schulen gibt.

Fazit

Auf Grund der Ergebnisse der Evaluation lässt sich die SINUS-Transfer-Konzeption als erfolgreiches Modell für Lehrerfortbildung bewerten. Über das ursprüngliche Programmziel – den Transfer von Ergebnissen des Modellversuchsprogramms SINUS – hinaus wurde gezeigt, dass durch kontinuierliche Begleitung und Orientierung an Modulen nachhaltige Prozesse in den Kollegien ausgelöst wurden. So wurde durch die gemeinsame Arbeit in der Fachschaft und der Schulgruppe konkrete Unterstützung gegeben, die direkte Relevanz für die Unterrichtspraxis hatte.

Erfahrungsberichte von Lehrkräften

Um einen Eindruck von der längerfristigen Auswirkung des Programms SINUS-Transfer zu bekommen, wurden zusätzlich zur prozessbegleitenden Evaluation (siehe Evaluationsergebnisse) an zwei Schulen Interviews mit Kolleginnen und Kollegen geführt, deren Teilnahme an SINUS-Transfer über ein Jahr zurücklag. Ausgewählte Rückmeldungen dieser Lehrkräfte werden im Folgenden wiedergegeben.

Zusammenarbeit zwischen den Lehrkräften

Besonders positiv wurde die Zusammenarbeit innerhalb der Fachschaft oder des Kollegiums auch über das Ende der SINUS-Veranstaltungen hinaus bewertet. „Was sehr gut war, war eine Steigerung der Zusammenarbeit oder sagen wir mal, des Ausgleichs oder des Informationsaustauschs in der Fachschaft durch diese Treffen. Man hat sich sehr viel mehr darüber unterhalten, was der Einzelne so im Unterricht macht.“ Dadurch konnten Unsicherheiten abgebaut und das berufliche Selbstbewusstsein gefördert werden.

Weiterentwicklung der Unterrichtskonzepte

Durch SINUS-Transfer wurden die Lehrerinnen und Lehrer unterstützt, schrittweise Änderungen in ihrem Unterrichtskonzept zu erproben. Eine Lehrerin äußerte hierzu: „Man hat ja schon eine gewisse Erfahrung und gerade die Erfahrung kann man ganz gut verbinden mit diesen neuen Dingen. Es ist ja nicht so, dass man plötzlich in einem Jahrgang alles komplett neu macht. Sondern man macht es ja blockweise, d. h., man nimmt etwas raus, was man an einer bestimmten Stelle mal ausprobieren kann – sei es eine neue Unterrichtsform, sei es eine andere Aufgabe – und setzt das gezielt ein.“

Ein Lehrer beschreibt die Veränderung seines Unterrichtskonzeptes folgendermaßen: „Was ich immer mehr mach´ ist, dass ich mich selber zurücknehme im Unterricht. Zum Beispiel auch bei Übungsphasen: Während früher die Vorstellung war, man müsste viele Aufgaben vorrechnen, mach´ ich das inzwischen fast radikal anders, ich mach´ nur noch eine und dann schau´ ich mir an, was die Schüler selber schaffen.“

Einige Lehrkräfte gaben an, zur Förderung eigenverantwortlichen Lernens und zur Vermittlung von Lernstrategien häufiger als früher schüleraktivierende Unterrichtsmethoden einzusetzen. „Das ist halt der Punkt, der mich sehr begeistert hat, in punkto Problemlösestrategien entwickeln. Diesen Vorgang im Kopf des Schülers ein bisschen zu verankern oder den Schüler zu mehr Selbständigkeit zu bringen“.

Die Befragten waren sich weitgehend einig, dass Veränderungen in der Arbeitseinstellung und dem Lernverhalten der Schülerinnen und Schüler bereits in den unteren Jahrgangsstufen grundgelegt werden: „Deswegen haben wir wahrscheinlich viel mit fünften und sechsten Klassen gemacht, weil man ihnen von unten ´rauf erstmal sagen muss, was Gruppenarbeit ist und wie das abläuft. Dann ist es leichter, wenn der Schüler in der achten oder neunten ist; dann weiß er schon, was z. B. eine Hausaufgabenfolie ist.“

Erfahrungen eines Hauptschultandems

Von Ludwig Ganserer und Sieglinde Waasmaier

Austausch auf verschiedenen Ebenen

Zum täglichen Unterricht in den Klassen kam mit Beginn des SINUS-Transfer-Programms die Fortbildungstätigkeit hinzu, die in engem Bezug zum eigenen Unterricht und damit zu unseren mit negativen Schlagzeilen behafteten Schülerinnen und Schülern steht. Viele positive eigene Erfahrungen und Erkenntnisse anderer SINUS-Kollegen sollten an Lehrkräfte weitergegeben werden, um sie in ihrer täglichen Unterrichtsarbeit zu unterstützen.

Dabei war der Austausch auf verschiedenen Ebenen einer der wesentlichen Aspekte.
Wir unterrichten in Parallelklassen und können deshalb gemeinsam Unterricht vorbereiten und über Ergebnisse reflektieren.
Der intensive Kontakt zu den von uns betreuten Lehrerinnen und Lehrern und zu den anderen SINUS-Tandems hatte positive Rückwirkung auf die eigene Tätigkeit. Darüber hinaus haben wir viele hilfreiche Anregungen von verschiedenen Fachdidaktikern erhalten.

Entwicklungen im Unterricht

Zunächst begannen wir mit offenen Aufgaben und Aufgaben aus der Zeitung. Dabei gelang es den Schülerinnen und Schülern, uns davon zu überzeugen, dass auch weniger Begabte in der Lage sind, selbständig Fragen und Lösungsideen zu entwickeln. Begeistert von der Motivation und Ausdauer, die die Jugendlichen zeigten, veränderten wir unseren Unterricht auch dahingehend, dass diese in Einführungsstunden neue Lerninhalte selbständig erarbeiten. Dadurch gewinnt die Lehrkraft Zeit, sich mit leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern zu beschäftigen, ihre unterschiedlichen Denkprozesse nachzuvollziehen und sich mit ihnen auszutauschen. Die Lehrkraft zeigt im Unterricht viel mehr Geduld und Gelassenheit, Schülerbeobachtung erfolgt nicht defizitorientiert. Im Lernprozess auftretende Fehler sind Ausgangspunkt für weitere Überlegungen und Diskussionen mit einem Partner oder in Gruppen.

Austausch mit Schülern

Änderung der Lehrerrolle

Neben dem mündlichen Verbalisieren gewann auch das Aufschreiben von Gedanken und Lösungsideen sowie das Beschreiben des eigenen Lernzuwachses immer mehr an Bedeutung. Unsere Schülerinnen und Schüler zeigten, dass sie in der Lage sind, Verantwortung für ihr eigenes Lernen zu übernehmen.

Erfahrungen bei SINUS-Veranstaltungen

Wir betreuten in Niederbayern zunächst einzelne Schulen, später aufgrund der großen Nachfrage mehrere Schulgruppen. Die anfänglich vorhandene Skepsis verschwand, sobald die Kolleginnen und Kollegen selbst erste positive Erfahrungen mit offenen Aufgaben, kumulativem Lernen und eigenständigem Arbeiten gemacht hatten. Es war uns wichtig, dass in den Kollegien selbst Materialien und Methoden weiterentwickelt wurden. Bei den Treffen wurden die Ergebnisse vorgestellt und über die Erfahrungen diskutiert. Dabei setzten die verschiedenen Schulen durchaus unterschiedliche Schwerpunkte.

Erfahrungen in der Lehrerfortbildung

Als besondere Glanzlichter konnten wir den beteiligten Schulen Fortbildungsveranstaltungen mit hochkarätigen Referenten wie Prof. Wilfried Herget und Prof. Gregor Wieland bieten. Zu den Veranstaltungen mit den Themen „Die etwas andere Aufgabe“ und „Terme und Variablen“ kamen viele interessierte und engagierte Lehrkräfte aus ganz Niederbayern.

„Lernen fürs ganze Leben“ – Ergebnisse eines Interviews mit Eltern

Aus Sicht der befragten Eltern ist Mathematikunterricht für die Schülerinnen und Schüler verständlicher geworden. Während ihre Kinder früher zu Hause viel Unterstützung bei der Erledigung von Hausaufgaben und bei der Vorbereitung auf Probearbeiten benötigten, arbeiteten sie im Lauf der Zeit immer selbständiger, zeigten mehr Eigeninitiative und Kreativität. Die Eltern sehen den Erfolg der Arbeit mit SINUS nicht nur auf Mathematik beschränkt, sondern bemerken positive Wirkungen auf das Lernen insgesamt. Schülerinnen und Schüler denken nach, bevor sie planlos in Formeln einsetzen, beschäftigen sich intensiver mit Aufgaben, hinterfragen Probleme und entwickeln mehr Ehrgeiz. Insgesamt kommen sie mit allen Aufgaben besser zurecht und lernen so für das ganze Leben.
Die Eltern betonten, dass ihre Kinder Spaß an Mathematik haben, weil der Unterricht interessant und lebendig ist. Dadurch engagieren sie sich mehr und erreichen bessere Noten. Der in früheren Schuljahren empfundene Leistungsdruck und Lernstress vor Probearbeiten im Fach Mathematik nimmt ab, da die Kinder immer ihr Grundwissen aktiv halten.

Rückmeldung ehemaliger Schülerinnen und Schüler

Zu Beginn des Interviews betonten alle Befragten, dass sie sich noch gerne an den Mathematikunterricht der letzten Schuljahre erinnern. Besonders im Gedächtnis blieben Aufgaben aus der Zeitung, bei denen Abbildungen im Vordergrund standen. Aus einem Bild entwickelten die Schülerinnen und Schüler mathematische Fragestellungen und verschiedene Lösungsansätze. Die Präsentationen der in Gruppen erstellten Lösungsideen und die sich anschließenden Diskussionen über die Plausibilität der Ergebnisse machten den Schülerinnen und Schülern Spaß. Jeder konnte sich mit seinen persönlichen Fähigkeiten einbringen, wodurch Motivation und Anstrengungsbereitschaft verbessert wurden.
Durch diese Art von Aufgaben lernten die Jugendlichen auch, sich längere Zeit mit einer Problematik zu beschäftigen, selbst Lösungsideen zu entwickeln und nicht nur eine vorgegebene Formel zu benutzen.
In ihrer Berufsausbildung profitieren die Jugendlichen von dieser Art des Mathematikunterrichts, obwohl in der Berufsschule vorwiegend Formelsammlungen verwendet werden. Aufgaben, die nicht sofort einer bestimmten Formel zuzuordnen sind, gehen sie selbständig und kreativ an, während andere Schüler schnell aufgeben, wenn sie nicht sofort die passende Formel finden. In der beruflichen Praxis und bei Einstellungstests ist das Rechnen ohne Formelsammlung und Taschenrechner unumgänglich. Hier wirken sich die von den Schülerinnen und Schülern selbständig gestalteten täglichen Kopfrechenübungen positiv aus.

Ausblick: SINUS Bayern

SINUS Bayern

Aufgrund der äußerst positiven Erfahrungen wird für alle bayerischen Schulen mit Sekundarstufe I seit Beginn des Schuljahres 2007/08 unter dem Namen SINUS Bayern ein Weiterbildungsprogramm angeboten, das auf dem bewährten SINUS-Konzept aufbaut und neue Inhalte aufgreift.

Inhalte

Bei SINUS-Transfer wurden drei Schwerpunkte gesetzt:

➔ Weiterentwicklung der Aufgabenkultur
➔ Eigenverantwortliches Lernen
➔ Grundwissen sichern durch kumulatives Lernen

Diese Bausteine sollen auch weiterhin eine wesentliche Rolle spielen. Gleichwohl gibt es noch zahlreiche wichtige Themen, die in das Fortbildungsangebot aufgenommen bzw. stärker betont werden sollen. Dazu gehören etwa:

➔ Individuelle Förderung und Differenzierung
➔ Aus Fehlern lernen
➔ Naturwissenschaftliches Arbeiten
➔ Problemlösen lernen

Auch schulartspezifische Entwicklungen wie der neue qualifizierende Hauptschulabschluss, Stochastik an der Realschule oder Intensivierungsunterricht am Gymnasium können berücksichtigt werden.
SINUS Bayern dient der Entwicklung von kompetenzorientiertem Unterricht und verfolgt damit die wesentlichen Ziele der KMK-Bildungsstandards[1].

Organisation

Neben der regulären Teilnahme von Fachschaften bzw. Kollegien wird bei SINUS Bayern als neues Angebot sowohl die Teilnahme von Einzelpersonen als auch die Durchführung von Einzelveranstaltungen (z. B. Fachsitzungen, pädagogische Konferenzen) möglich sein.

Schwerpunkt bleibt die Arbeit im Fach Mathematik. Wie bisher können Realschullehrkräfte auch in Physik teilnehmen; für die Gymnasien gibt es zusätzlich ein umfangreiches Angebot in Natur und Technik, Biologie und Chemie.

Die Erfahrungen im Programm SINUS-Transfer zeigen, dass es auf diese Weise gelingt, nachhaltige Prozesse in den Lehrerkollegien auszulösen, die der Verbesserung der Unterrichtsqualität dienen.
Es sollte darüber nachgedacht werden, wie ähnliche Konzepte für die Lehrerfortbildung auch in anderen Fächern umgesetzt werden können.

1_www.kmk.org/schul/home1.htm